

CONTROL ALLOCATION METHODEN ZUR NICHTLINEAREN REGELUNG EINES ELEKTRISCHEN TRANSITIONSVEHIKELS

D. Surmann*, L. Hein*, S. Myschik*

*Institut für Aeronautical Engineering, Universität der Bundeswehr München, 85579, Neubiberg, Deutschland

Zusammenfassung

Elektrische Transitionsvehikel, mit der Fähigkeit senkrecht zu starten und zu landen (eVTOLs), werden häufig mithilfe von nichtlinearen Regelungsstrategien betrieben. Ein Beispiel stellt das in diesem Paper betrachtete Starrflügler-eVTOL-Konzept dar, welches mithilfe von zwei Impellern und Schubvektorsteuerungen angetrieben wird und die Regelungsstrategie nach dem Prinzip der inkrementellen nichtlinearen dynamischen Inversion (INDI) besitzt. INDI-Regler allokiert Steuerinkremente für überaktuierte Systeme mithilfe der Pseudo-Inversen der Effektivitätsmatrix für kommandierte inkrementelle Pseudo-Kontrollgrößen in der Control Allocation (CA). Die Matrix beinhaltet weder Informationen über die Effektivität mit Bezug auf den Wertebereich der Aktuatoren, noch berücksichtigt die Lösung der CA das Saturieren von Effektoren, womit es in der CA zu Konflikten kommen kann, die die Leistung des Systems negativ beeinflussen. Daher sollen CA-Methoden untersucht werden, die Steuerkonflikte minimieren, in dem die CA normiert und numerisch robuster gemacht wird und durch den Einsatz der Redistributed Scaled Pseudo Inverse (RSPI) ungenutzte Steuerinkremente für die Sollwertfolge iterativ in Betracht zieht. Diese Methoden werden anhand einer beispielhaften Mission mithilfe von Flugsimulation getestet und analysiert.

NOMENKLATUR

x, u, y	Zustands-, Eingangs-, und Ausgangsvektor	W	Gewichtungsmatrix
v	Pseudo-Kontrollvektor	ω_1, ω_2	Rotationsgeschwindigkeit Impeller
A, B	System- und Eingangsmatrix (Effektivitätsmatrix)	δ	Ausschlag Schubvektorsteuerung
\mathbb{U}	Teilmenge Eingangsvektor	ξ, η, ζ	Ausschlag Quer-, Höhen- und Seitenruder
\bar{u}, \underline{u}	Obere und untere Saturierung des Eingangsvektors	F_{WT}	Kraftvektor Schubdüsen der Flügelspitzen
S	Scaling-Faktor	n	Lastfaktorenvektor
N	Nullraum einer Matrix	ω	Drehratenvektor $[p, q, r]^T$
k	Generischer Vektor	Φ, Θ, Ψ	Roll-, Nick und Gierwinkel

1. EINLEITUNG

Elektrisch angetriebene Luftfahrzeuge mit Vertical-Take-Off-and-Landing-Fähigkeit werden eVTOLs genannt. In [1] wurde ein Starrflügler-eVTOL-Konzept mit zwei Impellern und Schubvektorsteuerungen vorgestellt, welches durch das Antriebskonzept senkrecht starten und landen kann und mithilfe der Flügel-Rumpf-Kombination einen aerodynamischen Flug ermöglicht.

Eine Besonderheit bei diesen Starrflügler-Systemen sind drei verschiedene Flugphasen. Im Schwebeflug (Hover) gleichen die Impeller die Gewichtskraft des eVTOLs aus. Durch eine Beschleunigung in Richtung der Flugzeugnase erzeugen aerodynamische Flächen zunehmend höhere Anteile an der Kraft- und Momentenbilanz, während Impeller und Schubvektorsteuerungen ihren Einfluss verlieren. Diese Übergangsphase wird als Transition bezeichnet. Sobald die Fluggeschwindigkeit über der Abrissgeschwindigkeit der Flügelprofile liegt, erzeugt das eVTOL ausreichend Auftrieb und wird durch die aerodynamischen Steuerflächen durch die Luft manövriert. Diese Flugphase wird als Wingborne-Flug bezeichnet.

Die Regelungsstrategie für das Transitionsvehikel beruht auf dem Prinzip der inkrementellen nichtlinearen dynamischen Inversion (INDI), die den Wechsel zwischen den Flugphasen ohne Transienten, also ohne diskrete Umschaltvorgänge, ermöglichen soll. Darüber hinaus soll

sich die Regelung durch ein gutes Folgeverhalten hinsichtlich der Vorgabegrößen auszeichnen und Störgrößen schnell kompensieren. In Kombination mit einem Trajektorienregler wird es dann ermöglicht, einen vorgegebenen Flugpfad präzise nachzufliegen. INDI-Anwendungen finden sich bereits in vielen eVTOL-Systemen wie in [2–5] wieder, bei der inkrementelle Pseudo-Kontrollgrößen die Kommandos des Reglers bilden und in der Control Allocation (CA) mittels Inverse der Eingangsmatrix die inkrementellen Eingangsgrößen für die Effektoren ermitteln [6]. Überaktuierte Systeme, bei denen also mehrere Effektoren eine Auswirkung auf dieselben Kraft- bzw. Momentenanteile (Pseudo-Kontrollgrößen) haben, besitzen eine infinite Anzahl von Lösungen in der CA für das grundlegende INDI-Problem.

Fehlende Betrachtungen der totalen Betriebsbereiche der Effektoren und die inkrementellen Saturierungsgrenzen, die physikalisch erzielt werden können, resultieren in internen Konflikten. Folglich werden entweder ineffiziente oder physikalisch unmögliche inkrementelle Kommandos allokiert, die damit einen Verlust an Performance durch schlechte Sollwertfolge der Pseudo-Kontrollgrößen und geringere Effizienz für das Vehikel bedeuten können.

Aus diesen Gründen befasst sich dieses Paper mit der Untersuchung der Anwendbarkeit von verbesserten Control Allocation Methoden nach [7,8] auf das gegebene eVTOL-Konzept. Mithilfe der Normierung der CA soll der

Wertebereich der Effektoren in der Effektivitätsmatrix berücksichtigt werden, womit die Kondition der Pseudo-Inversen als Maß für die numerische Robustheit verbessert werden soll, indem ineffiziente Elemente der Matrix geringere Auswirkungen in den Ausgangsgrößen besitzen.

Zudem soll die Redistributed Scaled Pseudo Inverse (RSPI) integriert werden, welche die Lösung der CA auf die inkrementellen Saturierungsgrenzen begrenzt und in einem iterativen Prozess die restlichen verfügbaren Steuerinkremente nutzt, um die kommandierten inkrementellen Pseudo-Kontrollgrößen zu erfüllen.

Die Methoden werden auf dem in [1] vorgestellten Performance Evaluation Controller (PEC) als INDI-Simulationsregler, welcher vollständiges Wissen über Eingangsgrößen, Ausgangsgrößen und deren Ableitungen besitzt, integriert.

Abschließend werden Resultate einer simulierten Mission des Luftfahrzeugs präsentiert und diskutiert.

2. TRANSITIONSVEHIKEL

Dieses Kapitel befasst sich eingangs mit dem eVTOL-Konzept und im Anschluss mit dem Missionsprofil. Die Konfiguration hat erheblichen Einfluss auf die Regelungsstrategie mit dem Antriebskonzept sowie den aerodynamischen Effektoren. Für die Vorstellung der Simulationsergebnisse hingegen soll eine angepasste Mission des eVTOLs erläutert werden.

2.1. eVTOL-Konzept Konfiguration

Das eVTOL-Konzept nach [1] ist gemäß BILD 1 als Starrflügler mit einer Spannweite von 1.8 m und einem Gewicht von 8 kg ausgelegt. Das körperfeste Koordinatensystem mit dem Ursprung im Schwerpunkt zeigt mit der x_B -Achse in Richtung der Flugzeugnase und mit der y_B -Achse in Richtung der rechten Flügelwurzel. Diese Achsen spannen eine Ebene auf, auf der die z_B -Achse senkrecht nach unten gerichtet zeigt. Die Effektoren des eVTOLs beinhalten Antriebskomponenten und aerodynamische Steuerflächen, wodurch drei verschiedene Flugphasen mit Hover (Schwebeflug), Transition und Wingborne (aerodynamischer Flug) abgeflogen werden können.

Hover beschreibt die Kompensation der Gewichtskraft des eVTOLs mithilfe des Haupt-Impellers (ω_1) und dem Front-Impeller (ω_2), wodurch ein Gesamtschub von 120 N generiert wird. Die Schubrichtung des Front-Impellers ist in die negative z_B -Richtung fixiert. Der Haupt-Impeller besitzt eine verstellbare Schubdüse mit der Auslenkung δ_1 . Das bedeutet, dass der Haupt-Impeller Schub in die negative z_B -Richtung bei $\delta_1 = 90^\circ$ erzeugt und bei einem Winkel von $\delta_1 = 0^\circ$ den Schub in x_B -Richtung generiert. Durch die beiden Impeller werden Nickmoment und die vertikale sowie horizontale Geschwindigkeit gesteuert. An den

Flügelspitzen werden zwei verstellbare Schubdüsen eingesetzt, die mithilfe des Abgasstrahls des Haupt-Impellers eine variable Kraft mit bis zu je 2 N ($F_{WT,1}$, $F_{WT,2}$) erzeugen können. Die Krafterzeugung an den Flügelspitzen erzeugt per se ein Rollmoment. Mithilfe der Ausschläge der Schubdüsen durch $\delta_{WT,1}$ und $\delta_{WT,2}$ zwischen -30° und 30° kann zusätzlich ein Giermoment eingeleitet werden.

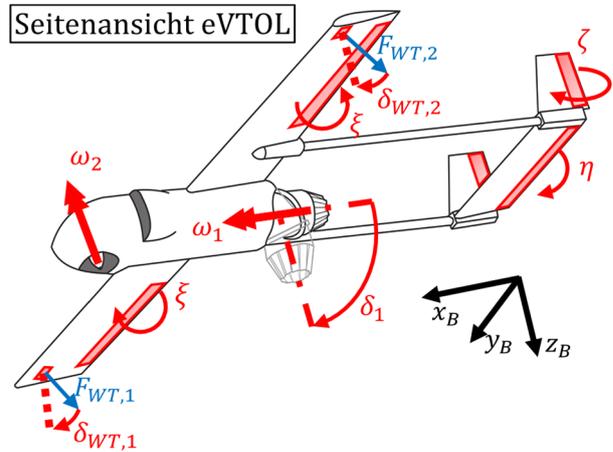


BILD 1. eVTOL-Konzept

Die verstellbare Schubdüse des Haupt-Impellers dreht den Kraftvektor um die y_B -Achse für eine Vorwärtsbeschleunigung, sodass das eVTOL vom Hover durch die Transitionsphase in den Wingborne-Flug ohne Änderung des Nickwinkels beschleunigen kann. Wingborne beschreibt die klassische Auftriebs- und Momentenerzeugung durch die Flügel sowie das Querruder (ξ) für die Rollsteuerung, das Höhenruder (η) für die Nicksteuerung und das Seitenruder (ζ) für die Giersteuerung. Die Transitionsphase beschreibt den Zustand des eVTOLs zwischen der Hover-Phase und der Wingborne-Phase, welche bei einer Geschwindigkeit oberhalb der Strömungsabrissgeschwindigkeit von 16 m/s erreicht wird.

Zusammengefasst besitzt das eVTOL zehn Effektoren, die wie in TAB 1 in drei Flugphasen unterschiedlich aktiviert werden. Das Maximum an Effektoren ist während der Transitionsphase im Einsatz. Im Vorgriff auf die Regelungsstrategie in Kap. 3 sind die Effektoren Φ und Θ ebenfalls aufgeführt.

2.2. Missionsprofil

Ein typisch für das eVTOL gewähltes Missionsszenario für die durchgeführte Simulation ist in BILD 2 dargestellt. Mithilfe eines installierten Kamerasystems sollen Waldbrände erfasst und beobachtet werden und so ein aktuelles Lagebild an einen Operator vermitteln. Die in BILD 2 dargestellte Mission ist aus Gründen der

Effektoren/ Flugphase	eVTOL											PEC		
	ω_1	ω_2	$F_{WT,1}$	$F_{WT,2}$	δ_1	$\delta_{WT,1}$	$\delta_{WT,2}$	ξ	η	ζ	Φ	Θ	Σ	
Hover	x	x	x	x	x	x	x				x	x	9	
Transition	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	12	
Wingborne	x							x	x	x	x	x	6	

TAB 1. Effektoren des eVTOLs in den verschiedenen Flugphasen

Übersichtlichkeit in der Analyse der Simulation in einem kleineren Maßstab skaliert.

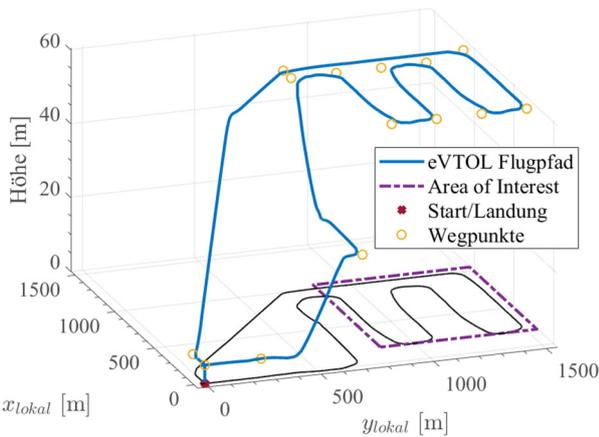


BILD 2. Mission des eVTOLs

Die Mission kann in fünf verschiedene Phasen unterteilt werden:

- 1) Das Vehikel startet senkrecht vom Boden auf eine Flughöhe von 5 m über Grund. Dabei wird der Schub durch den Front-Impeller und Haupt-Impeller mit der SchubdüsenEinstellung $\delta_1 = 90^\circ$ und den Schubdüsen an den Flügelspitzen erzeugt. Das Roll- und Giermoment wird durch die beiden verstellbaren Schubdüsen an den Flügelspitzen gesteuert.
- 2) Das eVTOL beschleunigt über die Transitionsphase in den aerodynamischen Flug durch Minimierung des Schubdüsenwinkels δ_1 . Mit zunehmender Fluggeschwindigkeit steigt die Effektivität der aerodynamischen Steuerflächen. Außerdem werden Front-Impeller und die Schubdüsen an den Flügelspitzen heruntergefahren.
- 3) Die Hauptphase der Mission ist das Erreichen des Beobachtungsareals (Area of Interest) und das Abfliegen der definierten Wegpunkte innerhalb des Gebiets. Während des Überflugs im Zielgebiet nimmt das Kamerasystem die Situation über Brandherde in dem Waldgebiet auf. Im Anschluss an die Mission kehrt das eVTOL zum Startpunkt zurück.
- 4) Kurz vor Erreichen des Startplatzes verzögert das eVTOL seine Geschwindigkeit, bis es die Hover-Phase erreicht. Dabei durchläuft das eVTOL die Transitionsphase in umgekehrter Reihenfolge wie in Phase 2. Während also die Effektivität der aerodynamischen Steuerflächen mit abnehmender Fluggeschwindigkeit sinkt, werden der Front-Impeller

und die Schubdüsen an den Flügelspitzen aktiviert, bis die aerodynamischen Steuerflächen sukzessive abschalten.

- 5) Das eVTOL schwebt wie in Phase 1 im Hover-Flug und landet auf dem Startpunkt.

3. REGULINGSSTRATEGIE

Für den Performance Evaluation Controller (PEC) basierend auf [1] kommt eine inkrementelle nichtlineare dynamische Inversion Strategie (INDI) zum Einsatz. Der PEC besitzt vollständiges Systemwissen über Eingangsgrößen, Ausgangsgrößen und deren Ableitungen. BILD 3 zeigt den Aufbau der Simulation mit PEC, dem Reactive Pilot Model (RPM) und der nichtlinearen Dynamik des Flugzeugs. Der RPM dient zur einfachen Wegpunktnavigation, welcher die Vorgabe von Geschwindigkeiten und Kursänderungen ermittelt. Im ersten Teil des Kapitels folgt eine kurze Zusammenfassung für das INDI-Prinzip. Danach wird der Aufbau des PECs beschrieben. Kern der Arbeit befindet sich in der Beschreibung der CA mit den Erweiterungen durch die Algorithmen.

3.1. Inkrementelle Nichtlineare Dynamische Inversion

Die nichtlineare Dynamik eines Flugzeugs kann mithilfe des Gleichungssystems

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)), \\ y(t) &= h(x(t)), \end{aligned}$$

beschrieben werden. Mithilfe der Taylorreihenentwicklung ist die Beschreibung des Systems um einen Referenzpunkt für ein kleines Zeitinkrement gültig, sodass für die Änderung der Ausgangsgrößen gilt [9]:

$$(2) \quad \dot{y} = \dot{y}_0 + \mathbf{A}(x_0, u_0)\Delta x + \mathbf{B}(x_0, u_0)\Delta u.$$

Die System- und Eingangsmatrizen \mathbf{A} und \mathbf{B} werden durch die partiellen Ableitungen nach Zustands- und Eingangsgrößen gebildet. Unter der Annahme, dass das System eingangsaffin ist, schnelle Aktuatoren besitzt und der Regler mit einer Größenordnung von $10^{-3} s$ arbeitet, kann die Berücksichtigung der Systemmatrix und des Zustandsvektors vernachlässigt werden, sodass Gl. (2) zu

$$(3) \quad \dot{y} = \dot{y}_0 + \mathbf{B}(x_0, u_0)\Delta u$$

umformuliert werden kann. Nach [10] werden die Ableitungen der Ausgangsgrößen \dot{y} und damit im Umkehrschluss die Ableitungen der Zustandsgrößen als

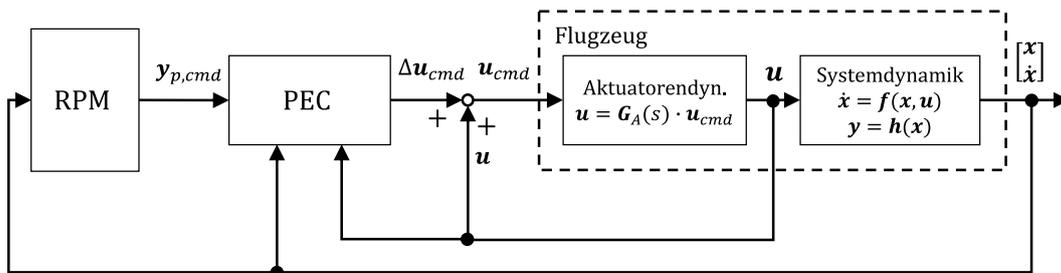


BILD 3. Simulationsschema mit Autopiloten, Regler und Flugzeugabbildung

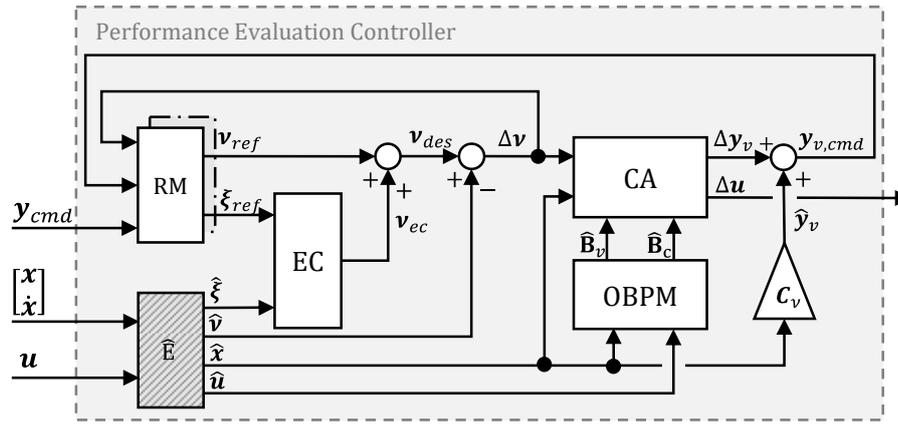


BILD 4. Struktur des PECs

Pseudo-Kontrollgrößen \mathbf{v} deklariert, sodass aus Gl. (3) folgender Zusammenhang entsteht:

$$(4) \quad \begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{v}_0 + \mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \Delta \mathbf{u}_{cmd}, \\ \mathbf{v} - \mathbf{v}_0 &= \Delta \mathbf{v}_{des} = \mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \Delta \mathbf{u}_{cmd}. \end{aligned}$$

Durch Inversion der Eingangsmatrix \mathbf{B} entsteht somit die klassische Problemstellung der inkrementellen nichtlinearen dynamischen Inversion. Überaktuierte Systeme besitzen mehr Effektoren als Pseudo-Kontrollgrößen, sodass die Inversion der Eingangsmatrix \mathbf{B} mithilfe einer Pseudoinversen „+“ erfolgen muss. Gl. (4) wird dann umformuliert zu:

$$(5) \quad \Delta \mathbf{u}_{cmd} = \mathbf{B}^+ \Delta \mathbf{v}_{des}.$$

Durch die Vorgabe einer inkrementellen Pseudo-Kontrollgröße wird so eine inkrementelle Steuergröße kommandiert [11].

3.2. Performance Evaluation Controller

BILD 4 zeigt die Struktur des Performance Evaluation Controllers (PEC). Diese beinhaltet ein Reference Model (RM), einen Error Controller (EC), eine Control Allocation (CA) und ein On-Board-Plant-Model (OBPM). Im Folgenden sollen das OBPM und die CA genauer durchleuchtet werden, weswegen für eine detaillierte Beschreibung der restlichen Komponenten auf [1] verwiesen wird.

3.3. On-Board-Plant-Model

Der Einfluss der Effektoren auf die Pseudo-Kontrollgrößen wird mithilfe von Ableitungen durch

$$(6) \quad \mathbf{B}_v = \frac{\delta \hat{\mathbf{v}}}{\delta \hat{\mathbf{u}}}$$

gebildet. Die Implementierung von Gl. (6) erfolgt durch ein numerisches finite Differenzenverfahren in Simulink. Dazu werden die (geschätzten) Zustandsänderungen $\hat{\mathbf{v}}$ und Eingangsgrößen $\hat{\mathbf{u}}$ in einem parallellaufenden Model des eVTOLs perturbiert, um die Einflüsse der \mathbf{B}_v -Matrix zu erhalten. Das System besitzt zehn Effektoren durch die Aktuatoren bzw. Impeller, wie bereits in Kapitel 2.1 beschrieben. Außerdem werden mit dem Nickwinkel θ und dem Rollwinkel ϕ zwei Virtual Control Inputs (VCIs) nach

[12] als zusätzliche Effektoren eingeführt (siehe TAB 1). VCIs sind Steuergrößen, die unabhängig von den verschiedenen Flugphasen die Geschwindigkeiten des eVTOLs beeinflussen und somit diskrete Umschaltvorgänge in der Regelung verhindern. Daraus resultieren insgesamt 12 Effektoren für das System. Die sechs Pseudo-Kontrollgrößen beeinflussen die Kräfte- und Momentenbilanz des eVTOLs nach [1] bestehend aus dem Lastfaktor im C-System nach [4] sowie den Drehbeschleunigungen um die körperfesten Achsen:

$$(7) \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_c \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix}.$$

Der PEC besitzt eine kaskadierte Regelung mit zwei Regelschleifen.

In der äußeren Regelschleife werden Geschwindigkeiten kommandiert, wodurch die Lastfaktoren \mathbf{n}_c ermittelt und als Pseudo-Kontrollgröße nach Gl. (7) vorgegeben werden. Durch die Allokation der äußeren Schleife werden die Kommandogrößen der inneren Schleife mit den VCIs gebildet. Zusätzlich wird ein Kommando der Kursänderung direkt in der inneren Schleife übergeben, sodass daraus die körperfesten Drehbeschleunigungen als Pseudo-Kontrollgröße nach Gl. (7) hervorgehen. Es gilt: $\mathbf{B}_v \in \mathbb{R}^{n \times m}, n = 6, m = 12$, wodurch die Perturbation mit insgesamt 12 Eingangsgrößen nötig ist.

3.4. Control Allocation

Die Control Allocation (CA) bildet die Lösung des Gleichungssystems nach Gl. (5), um die Steuerinkremente zu ermitteln. Diese werden auf den geschätzten Eingangsvektor, also die Stellgrößen der Aktuatoren, Impeller und den VCI-Lagewinkeln addiert:

$$(8) \quad \mathbf{u}_{cmd} = \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u}_{cmd}.$$

Mit Blick auf den Kern dieser Arbeit, ist in BILD 5 der Aufbau der in den folgenden Kapiteln beschriebenen CA dargestellt.

3.4.1. Anpassung der Eingangsmatrix

Wie eingangs beschrieben, werden kleine Einträge in der \mathbf{B}_v -Matrix (von teils ineffizienten Effektoren) großen Einfluss auf die Kommandos nach Gl. (5) nehmen. Durch Streichung von Einträgen in der \mathbf{B}_v -Matrix nach TAB 2 kann

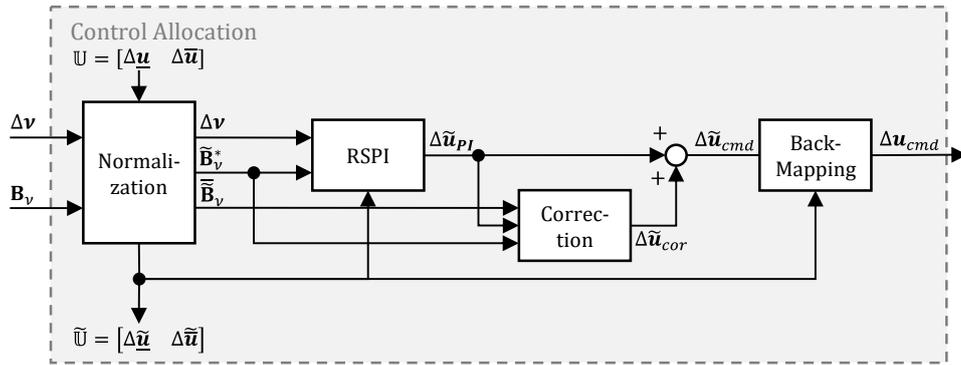


BILD 5. Struktur der Normalisierung nach [8]

die Lösung der CA für die Kontrollphilosophie oder aufgrund von ineffizienten Eigenschaften „manipuliert“ werden.

Ein Beispiel für das gewünschte Systemverhalten kann wie folgt beschrieben werden: Die Schubdüsenstellungen der Flügelspitzen $\delta_{WT,1}$ und $\delta_{WT,2}$ wirken primär in der Gierachse, während des Hover-Fluges. Auch wenn die Düsen einen Einfluss in der Kräftebilanz besitzen, wenn beispielsweise die Düsen δ_{WT} die Kraftvektoren drehen und damit zum Gesamtauftrieb im Hover beitragen, soll diese Wirkung primär durch die Impeller erzielt werden. Daher werden die Elemente der Flügel-Schubdüsen mit Wirkung auf die Kraftbilanz in der \mathbf{B}_v -Matrix eliminiert. Die nach der obigen Tabelle (TAB 2) daraus entstehende, modifizierte Matrix heißt \mathbf{B}_v^* .

3.4.2. Normierung und Redistributed Scaled Pseudo Inverse

Bevor die Pseudo-Inverse nach Gl. (5) in der CA gebildet wird, wird eine Normierung nach [7,8] wie in BILD 5 integriert. Das bedeutet, dass die Teilmenge des Kontrollvektors \mathbb{U} in einen Einheitsraum abgebildet wird, sodass diese Teilmenge in $\tilde{\mathbb{U}}$ transformiert wird. $\tilde{\mathbb{U}}$ ist ein Hyperwürfel in einem m -dimensionalen Raum mit der gleichen Länge in jeder Richtung. Einfach ausgedrückt werden Effektoren in unterschiedlichen Wertebereichen eingesetzt, was sich in der Effektivitätsmatrix \mathbf{B}_v nicht widerspiegelt. Während Impeller eine Drehzahl zwischen 0 und 3000 rad s^{-1} besitzen, arbeiten die aerodynamischen Kontrollflächen in einem Einsatzspektrum von $\pm \pi/6 \text{ rad}$. Aus diesem Grund ist die Effektivität des Impellers pro Umdrehung numerisch deutlich kleiner als die des beispielsweise Höhenruders pro rad . Je nach Flugzustand bedeutet das aber nicht automatisch, dass die Effektivität des Impellers kleiner als die des Höhenruders ist. Die Normierung der \mathbf{B}_v -Matrix berücksichtigt diesen Effekt.

Die Teilmenge \mathbb{U} kann mit seinen Grenzen mit

$$(9) \quad \mathbb{U} = \{\Delta \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m \mid \Delta \underline{\mathbf{u}} \leq \Delta \mathbf{u} \leq \Delta \bar{\mathbf{u}}\},$$

mit seinen oberen und unteren inkrementellen Grenzen ausgedrückt werden. Normierte Vektoren und Matrizen werden durch „~“ charakterisiert. Es gilt dann:

$$(10) \quad \begin{aligned} \Delta \tilde{\mathbf{u}} &= -[1 \dots 1]^T, \\ \Delta \bar{\tilde{\mathbf{u}}} &= [1 \dots 1]^T. \end{aligned}$$

Diese Annahme ist dann gültig, wenn die Elemente des inkrementellen Steuervektors nicht über die Betriebsgrenzen hinaus gehen. Für den inkrementellen normierten Steuervektor gilt dann

$$(11) \quad \begin{aligned} \Delta \tilde{\mathbf{u}} &= \mathbf{W} \Delta \mathbf{u}, \\ \mathbf{W} &= \text{diag} \left(\frac{2}{\Delta \bar{\mathbf{u}}_i - \Delta \underline{\mathbf{u}}_i} \right). \end{aligned}$$

Gl. (5) und (11) ergeben damit:

$$(12) \quad \begin{aligned} \Delta \mathbf{v}_{des} &= \mathbf{B}_v \mathbf{W}^{-1} \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cmd} = \tilde{\mathbf{B}}_v \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cmd}, \\ \Delta \mathbf{u}_{cmd} &= \mathbf{W}^{-1} \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cmd}. \end{aligned}$$

Gl. (11) und (12) beschreiben also zunächst die Umrechnung von Teilmenge \mathbb{U} und Matrix \mathbf{B}_v in dessen Normierungen $\tilde{\mathbb{U}}$ und $\tilde{\mathbf{B}}_v$. Außerdem wird das Back-Mapping nach Gl. (12), welches die Lösung der normierten CA in den Lösungsraum \mathbb{U} transformiert, wie in BILD 5 ersichtlich, abgebildet.

Entsprechend [8] wird ein Korrekturvektor eingeführt, der durch die Streichung von Elementen in \mathbf{B}_v oder $\tilde{\mathbf{B}}_v$ nötig ist. Der Zusammenhang zwischen der originären $\tilde{\mathbf{B}}_v$ -Matrix und der modifizierten $\tilde{\mathbf{B}}_v^*$ -Matrix ist:

$$(13) \quad \tilde{\mathbf{B}}_v = \tilde{\mathbf{B}}_v^* + \tilde{\mathbf{B}}_v.$$

ω_1	ω_2	$F_{WT,1}$	$F_{WT,2}$	δ_1	$\delta_{WT,1}$	$\delta_{WT,2}$	ξ	η	ζ	Φ	Θ	
0	0				0	0		0		0	0	$\dot{\omega}_x$
		0	0	0	0	0	0		0	0	0	$\dot{\omega}_y$
0	0							0		0	0	$\dot{\omega}_z$
					0	0						$n_{x,C}$
		0	0	0	0	0						$n_{y,C}$
					0	0						$n_{z,C}$

TAB 2. Eliminierung von Elementen in \mathbf{B}_v^*

Denn sogleich verhindert werden soll, dass ineffiziente Effektoren auf die Pseudo-Kontrollgrößen wirken sollen, sind deren Einfluss nicht gleich null. Daher sind die erreichten („ach“) Pseudo-Kontrollgrößen abweichend von den vorgegebenen („des“) Pseudo-Kontrollgrößen, sodass $\Delta \mathbf{v}_{ach} \neq \Delta \mathbf{v}_{des}$ folgt. Um die Lösung $\Delta \mathbf{v}_{ach} = \Delta \mathbf{v}_{des}$ zu erhalten, wird die Korrektur $\Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cor}$ eingeführt.

$$(14) \quad \Delta \mathbf{v}_{ach} = \Delta \mathbf{v}_{des} = \tilde{\mathbf{B}}_v^* (\Delta \tilde{\mathbf{u}}_{PI} + \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cor}) + \tilde{\mathbf{B}}_v (\Delta \tilde{\mathbf{u}}_{PI} + \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cor}).$$

Nun gilt es eine Lösung für den Korrekturvektor $\Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cor}$ zu finden. Für die nicht quadratischen Matrizen $\tilde{\mathbf{B}}_v^*$ und $\tilde{\mathbf{B}}_v$ existiert weiterhin eine infinite Anzahl an Lösungen zur Bestimmung von $\Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cor}$. Es existiert jedoch nur eine Bedingung, welche die Auswirkung des Korrekturvektors unverändert auf die Pseudo-Kontrollgrößen mit $\Delta \tilde{\mathbf{u}}_{PI}$ beschreibt. Daher wird die Lösung von $\Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cor}$ im Nullraum von $\tilde{\mathbf{B}}_v$ nach [8] gebildet. Es gilt:

$$(15) \quad \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cor} = \mathbf{N}_{\tilde{\mathbf{B}}_v} \mathbf{k}$$

$$(16) \quad \tilde{\mathbf{B}}_v^* \mathbf{N}_{\tilde{\mathbf{B}}_v} \mathbf{k} + \tilde{\mathbf{B}}_v \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{PI} = 0$$

$$(17) \quad \mathbf{k} = -[\tilde{\mathbf{B}}_v^* \mathbf{N}_{\tilde{\mathbf{B}}_v}]^+ \tilde{\mathbf{B}}_v \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{PI}$$

Mit den Gl. (15) und (17) wird die Lösung des Korrekturvektors gebildet:

$$(18) \quad \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cor} = -\mathbf{N}_{\tilde{\mathbf{B}}_v} [\tilde{\mathbf{B}}_v^* \mathbf{N}_{\tilde{\mathbf{B}}_v}]^+ \tilde{\mathbf{B}}_v \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{PI}.$$

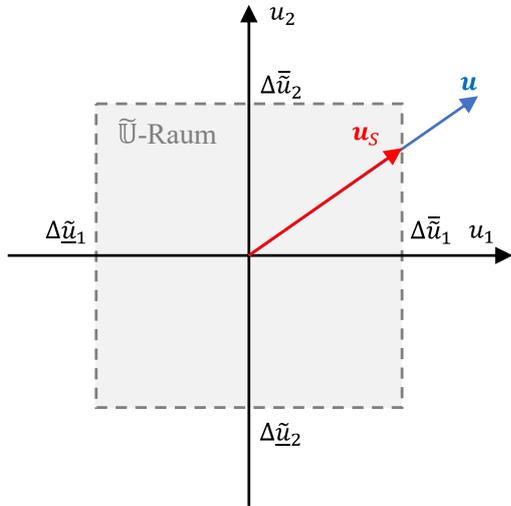


BILD 6. Geometrisches Prinzip des Scalings

Die Dynamik der Effektoren für die gewählte Abtastrate des Reglers Δt_{PEC} ist für das System bekannt. Mit Gl. (19) werden somit die Sättigungsgrenzen in jedem Zeitschritt des PECs berücksichtigt.

$$(19) \quad \Delta \bar{u}_i = \min\{\Delta \bar{u}_{i,dyn}, \bar{u}_i - \hat{u}_i\},$$

$$\Delta \underline{u}_i = \max\{\Delta \underline{u}_{i,dyn}, \underline{u}_i - \hat{u}_i\}.$$

Nicht immer wird die Lösung $\Delta \mathbf{v}_{des} = \Delta \mathbf{v}_{ach}$ durch die Allokation erreicht.

Der Grund dafür ist das Saturieren von Effektoren in ihren Inkrementen oder ihrem absoluten Wertebereich. Eine Möglichkeit zur Abmilderung dieses Effekts bietet nach [7,8] die Redistributed Scaled Pseudo Inverse (RSPI), dargestellt in BILD 7. Die RSPI errechnet in der ersten Iteration die Lösung nach Gl. (5) mit dem Ergebnis des inkrementellen Steuervektors $\Delta \tilde{\mathbf{u}}^1$ mit dem Index 1 für die erste Iteration. Der Vektor $\Delta \tilde{\mathbf{u}}^1$ wird anhand der Grenzen aus Gl. (19) skaliert, sodass die Lösung $\{\Delta \tilde{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^m \mid \Delta \tilde{\mathbf{u}} \leq \Delta \bar{\mathbf{u}} \leq \Delta \underline{\mathbf{u}}\}$ innerhalb der Teilmenge $\tilde{\mathbf{U}}$ liegt.

BILD 6 soll zunächst zur graphischen Veranschaulichung mit zwei Effektoren dienen.

Mithilfe des Scalings wird die Lösung in die Teilmenge $\tilde{\mathbf{U}}$ skaliert, wenn mindestens ein Element von $\Delta \tilde{\mathbf{u}}^1$ saturiert. Dazu wird der Scaling-Faktor S eingeführt. Mit der Normierung gilt für die Lösung des Steuervektors:

$$(20) \quad \tilde{\mathbf{u}}_S = S(\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{U}}) = \left(\min \left\{ 1, \frac{g(\tilde{u}_i)}{\tilde{u}_i} \right\} \right) \tilde{\mathbf{u}}, i = 1 \dots m,$$

$$g(\tilde{u}_i) = \begin{cases} \Delta \tilde{u}_i, & \tilde{u}_i < 0 \\ \Delta \bar{u}_i, & \tilde{u}_i > 0 \end{cases}$$

Wenn also ein Element aus der Lösung von $\Delta \tilde{\mathbf{u}}^1$ saturiert, gilt $\Delta \tilde{\mathbf{u}}_S^1 = S(\Delta \tilde{\mathbf{u}}^1, \tilde{\mathbf{U}})$. Gl. (4) kann zu folgendem Ausdruck umformuliert werden:

$$(21) \quad \Delta \mathbf{v}_{ach}^1 = \tilde{\mathbf{B}}_v^1 \Delta \tilde{\mathbf{u}}^1.$$

Daraus folgt für den folgenden Iterationsschritt:

$$(22) \quad \Delta \mathbf{v}_{des}^2 = \Delta \mathbf{v}_{des}^1 - \Delta \mathbf{v}_{ach}^1.$$

Spalten von $\tilde{\mathbf{B}}_v^1$ werden für saturierte Effektoren eliminiert, womit $\tilde{\mathbf{B}}_v^2$ für den zweiten Iterationsschritt erfolgt. Im Umkehrschluss werden saturierte Effektoren im darauffolgenden Schritt nicht mehr für die Allokation der Steuerinkremente betrachtet, sofern $\Delta \mathbf{v}_{des}^1 \neq \Delta \mathbf{v}_{ach}^1$ gilt. Auch die Teilmenge $\tilde{\mathbf{U}}^2$ muss daher aktualisiert werden.

$$(23) \quad \tilde{\mathbf{U}}^2 = \{\Delta \tilde{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^m \mid \Delta \tilde{\mathbf{u}} - \Delta \tilde{\mathbf{u}}_S^1 \leq \Delta \tilde{\mathbf{u}} \leq \Delta \bar{\mathbf{u}} - \Delta \tilde{\mathbf{u}}_S^1\}$$

$$\Delta \tilde{\mathbf{u}}_S^1 + \Delta \tilde{\mathbf{u}}_S^2 \in \tilde{\mathbf{U}}$$

Danach startet die Iteration mit

$$(24) \quad \Delta \tilde{\mathbf{u}}^2 = (\tilde{\mathbf{B}}_v^2)^+ \Delta \mathbf{v}_{des}^2.$$

Der Algorithmus endet demzufolge entweder, wenn alle Effektoren in der Sättigung liegen ($i_{max} = m$), oder $\Delta \mathbf{v}_{des}^i = \Delta \mathbf{v}_{ach}^i$ erreicht wird.

Die Lösung der RSPI lautet daher

$$(25) \quad \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{PI} = \sum \Delta \tilde{\mathbf{u}}_S^i.$$

Demnach wird das Inkrement $\Delta \mathbf{v}_{des}$ mit der Lösung

$$(26) \quad \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cmd} = \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{PI} + \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cor}$$

erreicht. Damit das Ergebnis von der Teilmenge $\tilde{\mathbf{U}}$ in \mathbf{U} transformiert wird, findet im letzten Berechnungsschritt der CA das Back-Mapping statt:

$$(27) \quad \Delta \mathbf{u}_{cmd} = \mathbf{W}^{-1} \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{cmd}.$$

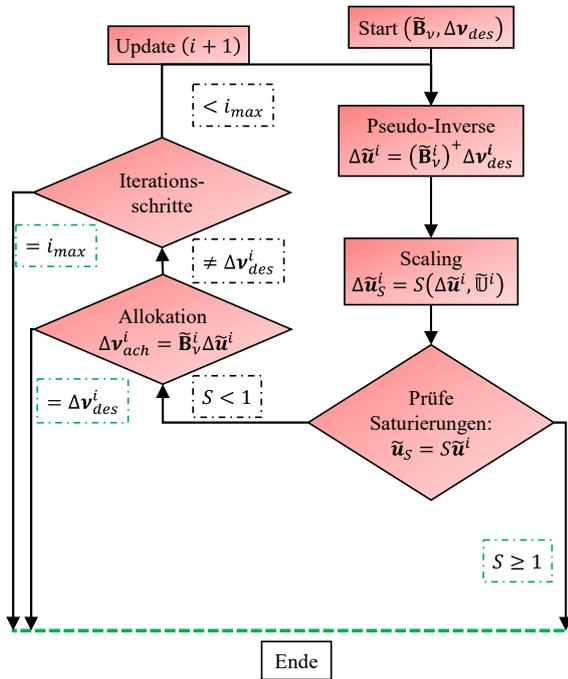


BILD 7. Ablaufschema der RSPI

4. SIMULATIONSERGEBNISSE

In den vorherigen Kapiteln wurde die Implementierung der Algorithmen in der Control Allocation erläutert. Daher soll nun das Verhalten des eVTOLs in einer Simulation mit der beschriebenen Mission nach BILD 2 analysiert werden. Das eVTOL befindet sich zunächst an seinem Startplatz, von dem der vertikale Start bis auf eine Flughöhe von 5 m im Hover-Flug erfolgt. Danach beschleunigt das eVTOL auf eine Geschwindigkeit von 20 m/s, indem es durch die Transitionsphase hindurch beschleunigt und in den aerodynamischen Flug übergeht. Es folgt eine Beobachtungsmision im kleineren Maßstab innerhalb des Zielgebiets und die anschließende Rückkehr zum Startpunkt. Das eVTOL überfliegt den Startplatz, wendet um 180° und landet auf der Landeposition.

In BILD 10 bis BILD 13 sind die Flugdaten der Simulation dargestellt. Das eVTOL folgt den Geschwindigkeitsvorgaben durch die äußere Reglerschleife und den Momentenvorgaben durch die innere Schleife weitestgehend. Bei der Betrachtung der Geschwindigkeiten wird eine Abweichung für die Geschwindigkeitskomponente u_c im letzten Drittel beobachtet. Das eVTOL befindet sich zu diesem Zeitpunkt in einem Sinkflug mit $\theta \approx -7^\circ$ mit dem Haupt-Impeller im Leerlauf. Aufgrund seines niedrigen aerodynamischen Widerstands kann die Geschwindigkeitsvorgabe nicht gehalten werden. Dennoch bleibt das eVTOL in einer stabilen Fluglage. Weiterhin sind Abweichungen im

Wingborne-Flug in der Seitengeschwindigkeitskomponente v_c feststellbar, die durch Auf- und Abbau des Schiebewinkels beim Ein- und Ausleiten des Kurvenflugs resultieren. Die Oszillationen von Φ und θ im Wingborne-Flug sind überwiegend dem Autopiloten in der Wegpunktnavigation zugeordnet.

Während der Beschleunigung von Hover- bis Wingborne-Flugphase hält das eVTOL die Flugzeugnase bei $\theta \approx 0^\circ$ bis die Effektivität der aerodynamischen Steuerflächen zunimmt und diese in der Allokation der Steuerinkremente betrachtet werden. Ab diesem Zeitpunkt erhöht das eVTOL den Nickwinkel und schaltet den Front-Impeller ab. Während des Wingborne-Flugs sind tolerierbare Abweichungen der Flughöhe bei Kurvenflügen mit Rollwinkel um 40° erkennbar.

Die Übergangsphase von Wingborne bis Hover erfolgt ohne Transienten. In Hover- und Transitionsphase sind immer mindestens 10 % des verfügbaren maximalen Schubs in den Flügelspitzendüsen angelegt, sodass die Effektivität der Schubvektorsteuerung δ_{WT} stets ungleich null ist.

Im Hover erfolgt die Kursänderung zum Ende der Mission mit einem impulsiven Kraftaufbau an den Schubdüsen und dem schnellen Verstellen der Schubvektorrichtung durch δ_{WT} . Das Beenden der 180°-Wende geschieht nach ca. 380 s, mit einem Schwingen der äußeren Düsen. Das Schwingen ist ebenfalls auf die Kursvorgabe des RPM zurückzuführen.

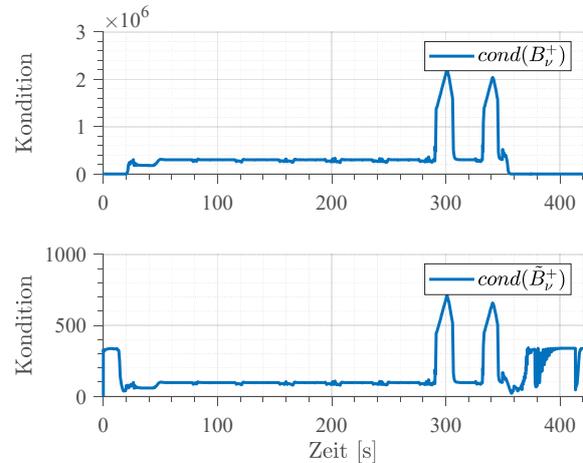


BILD 8. Kondition der Pseudo-Inversen der \mathbf{B}_v -Matrix und der normierten $\tilde{\mathbf{B}}_v$ -Matrix

Der Kern der Analyse soll nun im Folgenden beschrieben werden. In BILD 8 ist die Kondition der Pseudo-Inversen nach Gl. (5) dargestellt. Die Kondition stellt das Maß der Abhängigkeiten einer Problemstellung innerhalb der Inversen dar, wonach beurteilt wird, mit welchem Faktor ein Fehler in den Ausgangsgrößen der Inversen im ungünstigsten Fall auftaucht, womit eine niedrige Kondition angestrebt wird. Betrachten wir dazu als „Fehler“ das Vorhandensein von Elementen in der Effektivitätsmatrix, die einen ineffizienten Einfluss auf eine Pseudo-Kontrollgröße besitzen und damit Konflikte in der CA verursachen, bleibt das Ziel die Nutzung jener Effektoren zu minimieren. Je kleiner Elemente in der \mathbf{B}_v -Matrix sind,

desto größer ist ihre Auswirkung bei der Bildung der Pseudo-Inversen. Aus diesem Grund beschreibt die Kondition die numerische Robustheit der CA und im Umkehrschluss die Güte der Inversen. Während in dem oberen Graphen die Kondition der Standard- \mathbf{B} -Matrix gezeigt wird, ist im unteren Bild die Kondition der Normierung $\tilde{\mathbf{B}}$ dargestellt. Durch die Normierung der Effektivitätsmatrix sinkt die Konditionszahl um den Faktor 10^3 . Während sich die Konditionen in den Hover-Phasen nur minimal unterscheiden, wird die Differenz zwischen den beiden Graphen in der Transitions- und Wingborne-Phase deutlich sichtbar. Im letzten Drittel der Simulation tauchen zwei Peaks bei ca. 300 s und 340 s auf, die während der Sinkphase, wie in BILD 11 dargestellt, vorkommen. Die Aktuatordaten in BILD 10 zeigen den Haupt-Impeller in der unter Sättigungsgrenze (Leerlauf), der damit einen direkten Einfluss in der Kondition der Pseudo-Inversen besitzt. Simulationen mit geringeren Sinkgeschwindigkeiten haben gezeigt, dass die Peaks verschwinden, sobald der Haupt-Impeller außerhalb der Sättigung agiert.

Im letzten Schritt betrachten wir die Iterationen innerhalb der RPSI in BILD 9. Iterationen ≥ 1 bedeuten, dass die geforderten Inkremente der Pseudo-Steuergrößen nach Gl. (12) nicht auf Antrieb erzielt werden konnten, da sich Effektoren in der inkrementellen Sättigung befinden. Im Wingborne-Flug tauchen nur einzelne Peaks mit der maximalen Iterationszahl $i_{max} = 12$ auf. Während der Manöver an den Wegpunkten tauchen niedrige Iterationszahlen innerhalb der RPSI auf. Das Maximum an Iteration in i_{max} ist vor allem während der Transitionsphase und während des Hover-Flugs zu beobachten. Dies ist jedoch nicht verwunderlich, da die Transitionsphase die komplexeste Flugsituation darstellt.

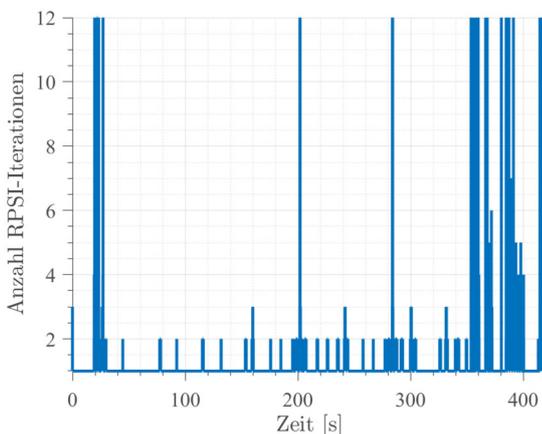


BILD 9. Anzahl der Iterationen in der RPSI

5. ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Paper wurde die Implementierung verschiedener CA-Methoden für die Allokation der Steuerinkremente eines INDI-basierenden Reglers basierend auf [7,8] untersucht. Das eVTOL nach [1] ist ein überaktuiertes System, womit mehrere Effektoren eine Wirkung auf eine Pseudo-Kontrollgröße besitzen. Da kleine Einträge in der \mathbf{B}_v -Matrix durch die Pseudo-Inverse große Inkremente in

der Allokation bedeuten, kann es im schlechtesten Fall zur Nutzung ineffektiver Effektoren kommen. Da die \mathbf{B}_v -Matrix jedoch keinerlei Informationen über die Wertebereiche von Effektoren berücksichtigt, wurde zu diesem Zweck eine Normierung in der CA implementiert. Ineffiziente Elemente der Effektivitätsmatrix können dadurch herausgefiltert werden, sodass effiziente Effektoren für die Steuerung der Pseudo-Kontrollgrößen zum Einsatz kommen.

Mithilfe der RPSI wurde weiter ein Algorithmus implementiert, welcher bei Sätturierung eingreift und die übrig verfügbaren Steuer-Inkrementen nutzt, um die geforderten Pseudo-Kontrollgrößen zu erreichen.

Die Simulation der Mission hat gezeigt, dass die Kondition der Pseudo-Inversen $\tilde{\mathbf{B}}_v^+$ -Matrix als wesentlicher Bestandteil der Analyse deutlich verbessert wurde. Dadurch konnte die Verbesserung der numerischen Robustheit gezeigt werden. Insgesamt konnte gezeigt werden, dass das eVTOL der vorgegebenen Trajektorie in allen Flugphasen folgen kann.

Zukünftige Arbeiten sollten sich mit der Untersuchung der Kondition beim Sinken und dem Hineinlaufen in Sätturierungsgrenzen wie im vorliegenden Fall befassen. Außerdem sollte ein Autopilot entworfen werden, der eine „glatte“ Solltrajektorie für den Regler vorgibt, sodass Oszillationen in den Flugphasen vermieden werden können.

Dieses Paper wurde gesponsert durch das Projekt ELAPSED durch dtec.bw.

LITERATUR

- [1] Surmann, D., Zrenner, M., and Myschik, S., *Flight Performance Evaluation of a Conceptual eVTOL System using Nonlinear Simulations*, AIAA SCITECH 2022 Forum, 2022, San Diego, CA, USA.
- [2] Lombaerts, T., Kaneshige, J., Schuet, S., Aponso, B. L., Shish, K. H., et al., *Dynamic Inversion based Full Envelope Flight Control for an eVTOL Vehicle using a Unified Framework*, AIAA Scitech 2020 Forum, 2020, Orlando, FL, USA.
- [3] Bhardwaj, P., Raab, S. A., Zhang, J., and Holzapfel, F., *Thrust command based Integrated Reference Model with Envelope Protections for Tilt-rotor VTOL Transition UAV*, AIAA Aviation 2019 Forum, 2019, Dallas, Texas.
- [4] Bhardwaj, P., Raab, S. A., Zhang, J., and Holzapfel, F., *Integrated Reference Model for a Tilt-rotor Vertical Take-off and Landing Transition UAV*, 2018 Applied Aerodynamics Conference, 2018, Atlanta, GA, USA.
- [5] Raab, S. A., Zhang, J., Bhardwaj, P., and Holzapfel, F., *Proposal of a Unified Control Strategy for Vertical Take-off and Landing Transition Aircraft Configurations*, 2018 Applied Aerodynamics Conference, 2018, Atlanta, GA, USA.
- [6] Johansen, T. A., and Fossen, T. I., "Control allocation—A survey," *Automatica*, Vol. 49, No. 5, 1 Jan. 2013, pp. 1087–1103. doi: 10.1016/j.automatica.2013.01.035.

- [7] Zhang, J., Bhardwaj, P., Raab, S. A., and Holzapfel, F., *Control Allocation Framework with SVD-based Protection for a Tilt-rotor VTOL Transition Air Vehicle*, AIAA Aviation 2019 Forum, 2019, Dallas, TX, USA.
- [8] Zhang, J., Bhardwaj, P., Raab, S. A., Saboo, S., and Holzapfel, F., *Control Allocation Framework for a Tilt-rotor Vertical Take-off and Landing Transition Aircraft Configuration*, 2018 Applied Aerodynamics Conference, 2018, Atlanta, GA, USA.
- [9] Sieberling, S., Chu, Q. P., and Mulder, J. A., "Robust Flight Control Using Incremental Nonlinear Dynamic Inversion and Angular Acceleration Prediction," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 33, No. 6, 1 Jan. 2010, pp. 1732–1742. doi: 10.2514/1.49978.
- [10] Florian Holzapfel, "Nichtlineare adaptive Regelung eines unbemannten Fluggerätes," Ph. D thesis, Munich, 2004.
- [11] Durham, W., Bordignon, K. A., and Beck, R., *Aircraft control allocation*, Wiley, 2017, Chichester West Sussex United Kingdom.
- [12] Bhardwaj, P., Raab, S. A., Zhang, J., and Holzapfel, F., *Thrust command based Integrated Reference Model with Envelope Protections for Tilt-rotor VTOL Transition UAV*, AIAA Aviation 2019 Forum, 2019, Dallas, TX, USA.

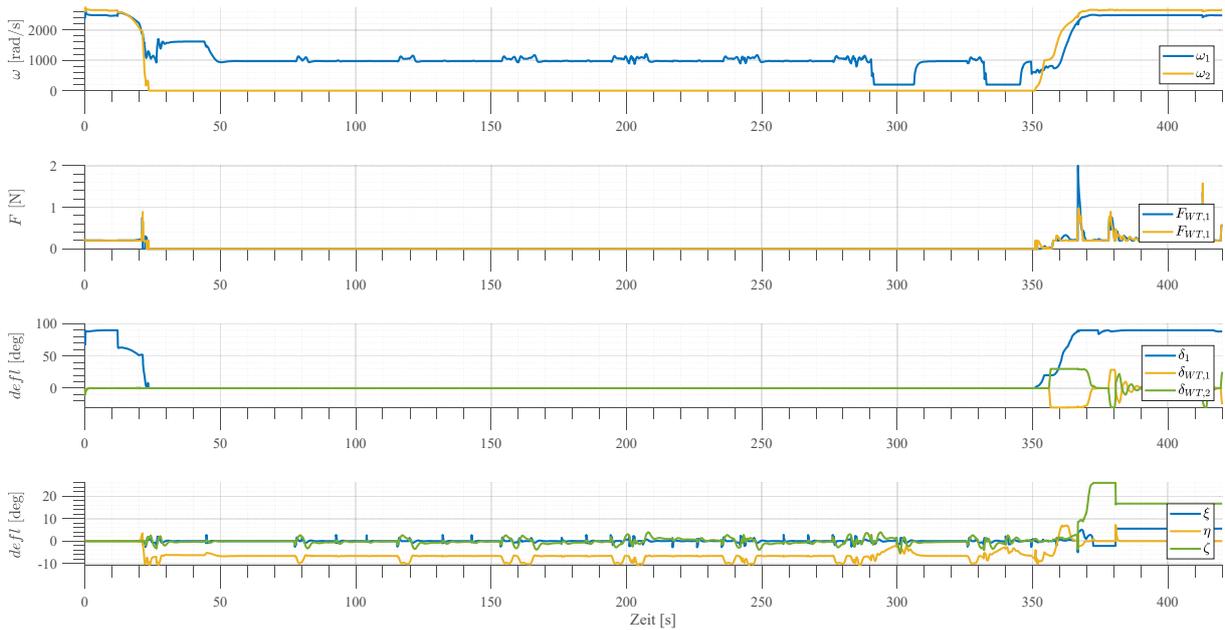


BILD 10. Drehzahlen, Schuberzeugung und Ausschläge der Schubdüsen und Steuerflächen über die Flugzeit

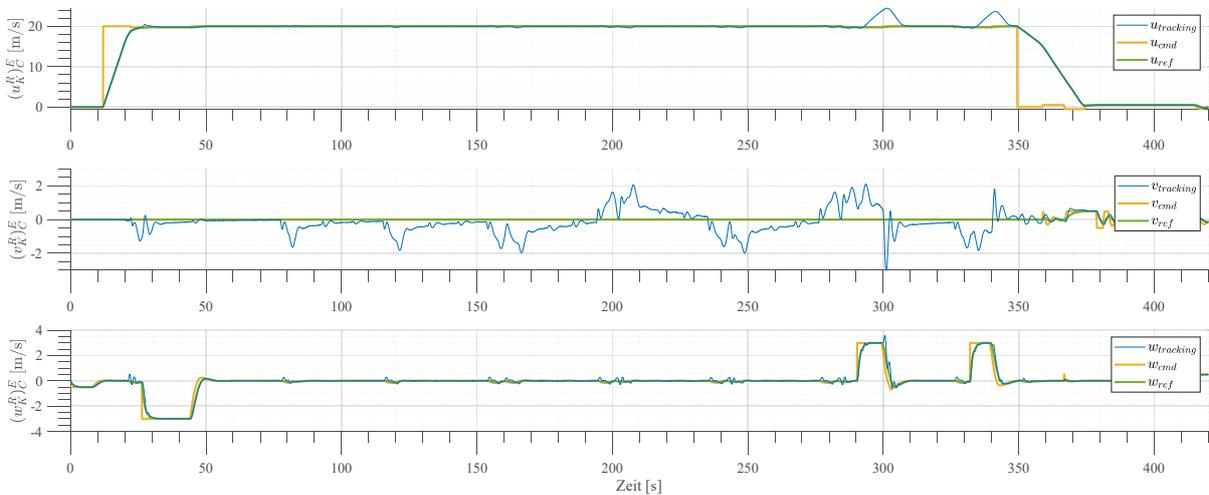


BILD 11 Geschwindigkeiten im C-System über die Flugzeit

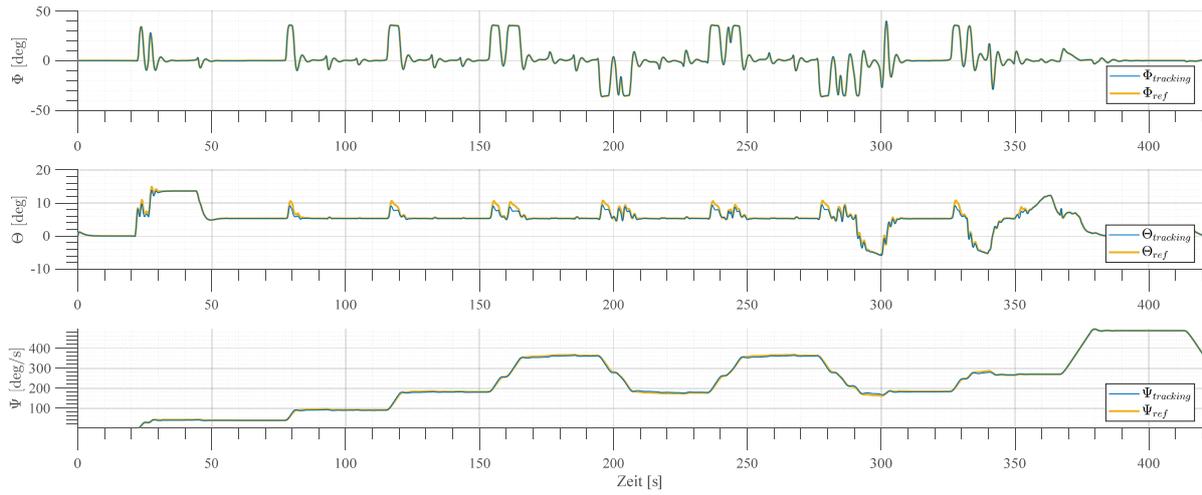


BILD 12. Euler-Lagewinkel über die Flugzeit

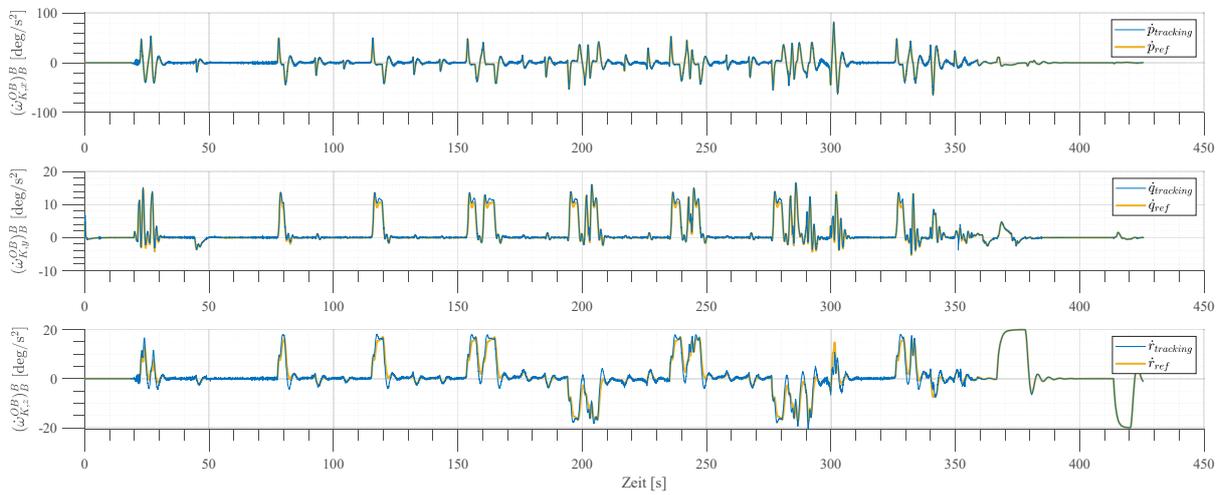


BILD 13. Körperfeste Drehratenbeschleunigung als Kommando der inneren Schleife über die Flugzeit