

VERGLEICH VON WIRBELSCHLEPPENSIMULATIONEN FÜR TREIBSTOFFSPARENDEN FORMATIONSFLUG

H. Spark ^{*}, R. Luckner [†].

Zusammenfassung

Eine Möglichkeit den Treibstoffverbrauch zu senken besteht darin, das Aufwindfeld von Wirbelschleppen vorausfliegender Flugzeuge auszunutzen. Dieses Prinzip machen sich Zugvögel im Formationsflug zunutze. Für Piloten ist der manuelle Formationsflug im treibstoffsparenden Optimalpunkt zu arbeitensintensiv. Diese Aufgabe muss ein Flugregler übernehmen. Die Auslegung eines solchen Formationsflugreglers erfordert ein Wirbelschleppensimulationsmodell, welches die von der Wirbelschleppe induzierten Windfelder berechnet. In diesem Beitrag werden zwei verschiedene Wirbelschleppensimulationsmodelle für das Szenario eines stationären Horizontalfluges verglichen und anhand des Ergebnisses des etablierten Stangenwirbelmodells beurteilt. Die zu vergleichenden Simulationsmodelle nutzen einerseits die Prandtl'sche Traglinientheorie (engl.: *Lifting Line Method*, LLM) und andererseits eine instationäre Wirbelgittermethode (engl.: *Vortex Lattice Method*, VLM). Beide Methoden basieren auf der Lagrange'schen Betrachtungsweise der Bewegung von Fluidteilchen, bei der einzelne Fluidteilchen an vordefinierten Tragflächenpositionen in die Nachlaufströmung übergeben werden und sich dort frei bewegen können. Die Bewegung der Fluidteilchen im Nachlauf führt zur Bildung von Streichlinien. Die Streichlinien werden durch abschnittsweise gerade Wirbelfilamente approximiert. Die Wirbelstärke der Wirbelschleppe wird durch Zirkulationswerte der Wirbelfilamente diskretisiert. Aus den Lage der Wirbelfilamente und ihrer Zirkulation kann das Windfeld der Wirbelschleppe berechnet werden. Die LLM-Simulation basiert auf stärker vereinfachten Annahmen als die VLM. Die Gegenüberstellung beider Modelle leistet einen Beitrag, Modellierungsfehler zu untersuchen, welche durch diese Vereinfachungen entstehen können. Der Vergleich zeigt auch, dass die Ergebnisse beider Berechnungsmethoden in Bezug auf die Wirbelfilamentpositionen und Windfelder bei identischen Parametern ähnlich sind. Die in der LLM umgesetzten Vereinfachungen führen zu einer mit der VLM vergleichbaren Wirbelschleppenberechnung im Falle eines stationären Horizontalfluges. Die Abhängigkeit der Verfahren von ihren Parametern und die Konvergenz hin zu feineren Parametern wird untersucht. Daraus werden Empfehlungen für Parameterwerte abgeleitet.

Nomenklatur

| | | | |
|------------|--|------------|---|
| A | Auftrieb | m | Flugzeugmasse |
| a | aerodynamisches Koordinatensystem (als Index) | n | Anzahl der Wirbelfilamentsegmente |
| b | Spannweite | r_c | Kernradius der Wirbelfilamente |
| b_0 | Wirbelkernabstand | \vec{r} | Abstandsvektor |
| C_A | Gesamtauftriebsbeiwert | s | Wirbelkernabstandsparameter |
| $d\vec{l}$ | diskretes Wirbelfilament-Segment | t | Simulationszeit, Wirbelalter |
| dl | Wirbelfilamentsegmentlänge | Δt | Simulationsschrittweite |
| f | flugzeugfestes Koordinatensystem | u | Geschwindigkeit entlang x |
| Fil | Filament (als Index) | V | Geschwindigkeit |
| F | Flügel (als Index) | w | Geschwindigkeit entlang z |
| g | Erdbeschleunigung | α | Anstellwinkel |
| H | Höhe über MSL | Γ | Zirkulation |
| HK | Hinterkante (als Index) | Γ_0 | Gesamtzirkulation |
| HLW | Höhenleitwerk (als Index) | μ | Erwartungswert |
| ind | induziert | ρ | Dichte |
| $l(y)$ | Flügeltiefe | σ | Standardabweichung (Streuungsmaß) |
| LL | Lifting Line, Traglinienverfahren | MSL | Mean Sea Level, Bezugshöhe |
| | | VLM | Vortex-Lattice-Methode |
| | | VTAS | True Airspeed, Geschwindigkeit ggü. Luft |
| | | ' | Bezug auf Gitterkoordinatensystem (als Hochstellung) |

^{*} Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Fachgebiet Flugmechanik, Flugregelung und Aeroelastizität, Marchstraße 12, 10587 Berlin, Mitglied DGLR

[†] Professor, Fachgebiet Flugmechanik, Flugregelung und Aeroelastizität, Marchstraße 12, 10587 Berlin, Associate Fellow AIAA, Mitglied DGLR

1 EINLEITUNG

Der induzierte Widerstand eines Flugzeugs resultiert aus den Wirbeln im Nachlauf eines Flugzeuges [1], die beim Erzeugen von Auftrieb entstehen [2]. Diese Wirbel bilden die Wirbelschleppe, welche bei geeigneten Umweltbedingungen als Kondesstreifen sichtbar wird.

Die Wirbelschleppe enthält rotatorische und translatorische Energie. Diese Energie ist aus der Perspektive des Flugzeugs verloren. Um den Energiezustand des Flugzeugs zu erhalten, wird diese Energie durch die Triebwerke erzeugt. [2]

Der Flug in der Wirbelschleppe eines vorausfliegenden Flugzeugs ist eine Möglichkeit, die Energie der Wirbelschleppe zu nutzen, denn nachfolgende Flugzeuge können im Formationsflug das Aufwindfeld des vorausfliegenden Flugzeugs nutzen. Dazu muss die relative Flugzeugposition geregelt werden.

Die in dieser Arbeit verglichenen Simulationsmodelle berechnen Windfelder. Aus diesen Windfeldern können die Kräfte und Momente am hinterherfliegenden Flugzeug, das heißt, der zusätzliche Auftrieb sowie Seitenkräfte, Roll- und Giermomente berechnet werden. Diese Größen werden in Formationsflugsimulationen berücksichtigt und zur Reglerauslegung genutzt.

Ein Ziel der Formationsflugforschung an der TU Berlin ist es, die Naturtreue bei der Simulation von Formationsflügen in der Wirbelschleppe durch hochwertige, echtzeitfähige Methoden zu erhöhen.

Die Mehrheit bestehender Simulationsmodelle für die Wirbelschleppenberechnung nutzt ein einfaches Stangenwirbelmodell [3]. Bei dem Stangenwirbelmodell wird die Wirbelschleppe durch zwei gerade Wirbel approximiert. Dieses Modell ist in ruhiger Atmosphäre für Abstände von 15 bis 150 Spannweiten hinter Flugzeugen valide.

Eine Methode zur Wirbelschleppensimulation auf Basis der Prandtl'schen Traglinientheorie (engl.: *Lifting Line Method*, LLM), welche für alle Distanzen hinter Flugzeugen genutzt werden kann, wurde an der TU Berlin entwickelt [4] und bereits mit dem Stangenwirbelmodell verglichen [3]. Der Vergleich zeigte, dass für die aufgerollte Wirbelschleppe die Windfelder gut übereinstimmen, unter der Voraussetzung optimierter Parameter. Die Parameter umfassen die Anzahl der Diskretisierungsstellen, die Zeitschrittweite und das Kernradialmodell sowie dessen Kernradius. Die LLM rechnet aufgrund vereinfachender Annahmen schnell und wird derzeit für Formationsflugsimulationen an der TU Berlin verwendet.

Im Zuge des Projekts MoSS ist von Lofffield [5] an der TU Berlin eine instationäre Wirbelgittermethode (engl.: *Vortex-Lattice-Method*, VLM) entwickelt worden. Bild 1 stellt beispielhaft ein mit der VLM berechnetes Wirbelschleppenfeld dar.

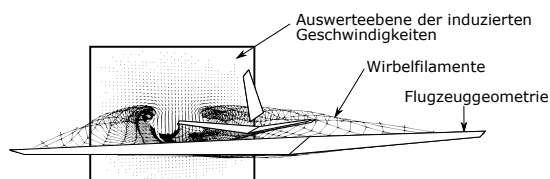


BILD 1: Schematische Darstellung der Aufrollsimulation mithilfe des Visualisierungspaketes der VLM-Software [5]

Die instationäre VLM erlaubt die Wirbelschleppe bei gekrümmten Flugbahnen zu berechnen. Die instationäre VLM ist genauer, da sie weniger vereinfachende Annahmen verwendet, aber nicht echtzeitfähig. Diese VLM-Berechnung wird in diesem Beitrag für ein stationäres Horizontalflugszenario genutzt, um Wirbelschleppenwindfelder über eine Länge von einem Kilometer zu generieren. Für dasselbe Szenario wird das Wirbelschleppenwindfeld mit der LLM erzeugt. Die Ergebnisse beider Methoden werden verglichen, um die Auswirkungen der Vereinfachungen der LLM zu untersuchen.

Die Forschung an Wirbelaufrollsimulation mit Wirbelfilamenten geht zurück bis in die 1930er Jahre [6]. Die damit verbundenen numerischen Probleme und ihre Lösungsansätze beschäftigen seither Forscher wie Moore [7], Dalton und Wang [8]. Devoria und Mohseni [9] fassen den aktuellen Stand zusammen. Sie beschreiben, wie es dazu kommen kann, dass chaotische Wirbeltrajektorien aus der numerischen Simulation des Wirbelschleppenaufrollens resultieren. Die Lösung dieses Problem seien Erweiterungen der Simulationsverfahren, beispielsweise das Zusammenfassen von Wirbelfilamenten (Re-Diskretisieren). Derartige Erweiterungen sind nicht Gegenstand dieses Berichts, einige werden an der TU Berlin im Projekt QBlade eingesetzt [10].

Der Vergleich der LLM und VLM in diesem Beitrag verifiziert diese Wirbelschleppensimulationsverfahren gegeneinander. Ein Bezug der Ergebnisse zum etablierten Stangenwirbelmodell wird hergestellt.

Zum Vergleich werden die errechneten Wirbelfilamentpositionen gegenübergestellt. Anhand des aus den Wirbelfilamentlagen und -stärken berechneten Windfeldes werden die Wirbelschleppenachsen identifiziert. Diese sind ein Maß der Wirbelschleppenposition, welche zu kennen entscheidend für den treibstoffoptimalen Formationsflug ist. Als zweites Kriterium wird das Aufwindfeld der Wirbelschleppen verglichen. Bienieck [11] stellt einen Zusammenhang zwischen maximaler Tangentialgeschwindigkeit um einen Wirbelkern und den induzierten Rollgeschwindigkeiten dar. Da die induzierten Rollgeschwindigkeiten in Formationsflugsimulationen berücksichtigt werden müssen, werden hier als drittes Kriterium die maximalen Aufwindwerte stellvertretend für die maximalen Tangentialgeschwindigkeiten und die induzierten Rollmomente verglichen.

Dieser Beitrag ist wie folgt aufgebaut: In Abschnitt 2 wird das Stangenwirbelmodell beschrieben und es werden die Grundlagen der LLM und der VLM dargelegt. Dazu gehören die zugrunde liegenden Annahmen, Unterschiede und Vor- sowie Nachteile der zu vergleichenden LLM und VLM. Um die gegenseitige Validierung zu ermöglichen, werden in Abschnitt 3 die Arbeitsschritte zum Einstellen gleicher Parameter in beiden Simulationsmethoden erklärt. Diese Arbeitsschritte führen zur Simulation des gleichen Horizontalflugszenarios in der VLM und LLM. In Abschnitt 4 wird die Identifikation der Wirbelachsen der Wirbelschleppe erläutert. Die Identifikation wird im Abschnitt 5 beim Vergleich der beiden Methoden genutzt. In Abschnitt 6 wird die Güte der verwendeten Parametersätze analysiert. Abschnitt 7 fasst die Ergebnisse zusammen und interpretiert sie. Ein Ausblick auf die weitere Verwendung dieser Methoden schließt den Bericht ab.

2 WIRBELFILAMENTMETHODEN

In diesem Abschnitt werden die LLM, VLM und das Stangenwirbelmodell beschrieben. Das Stangenwirbelmodell wird als Referenz zur Windfeldgenerierung dargestellt und die Annahmen, Unterschiede sowie die Vor- und Nachteile der LLM und VLM werden behandelt.

Die LLM und die VLM verwenden den Lagrange-Simulationsansatz, beschrieben in [12] und [13], bei dem Berechnungspunkte in einem Geschwindigkeitsfeld bewegt werden. Die verwendeten Berechnungspunkte sind die Positionen einzelner Wirbelfilamente, die von den Tragflächen abfließen. Die Wirbelfilamente induzieren durch Verwendung des Gesetzes von Biot-Savart (dargestellt in Abschnitt 2.4) eine Geschwindigkeit auf alle anderen Wirbelfilamente. Durch die induzierte Geschwindigkeiten der modellierten Tragflächenumströmung und primär durch die induzierten Geschwindigkeiten der Wirbelfilamente untereinander rollen sich die Wirbelfilamente links und rechts stromab der Tragflächenaußenseiten auf und die von den Wirbeln der gegenüberliegenden Tragflächenhälfte induzierten Geschwindigkeiten lassen die Wirbel absinken. Diese Bewegung bildet das Verhalten einer Wirbelschlepe ab. Die von den Tragflächen und den freien Wirbelfilamenten induzierten Geschwindigkeiten können nicht nur an anderen Wirbelfilamentpositionen berechnet werden, womit der Aufrollvorgang der Wirbelschlepe errechnet wird. Die induzierten Geschwindigkeiten können auch an beliebigen Punkten im Raum ausgewertet werden. Dazu werden Auswertebenen hinter dem Flugzeug platziert, dargestellt in Bild 1. Bild 2 stellt die Berechnungsschritte für die Simulation der Windfelddaten dar.

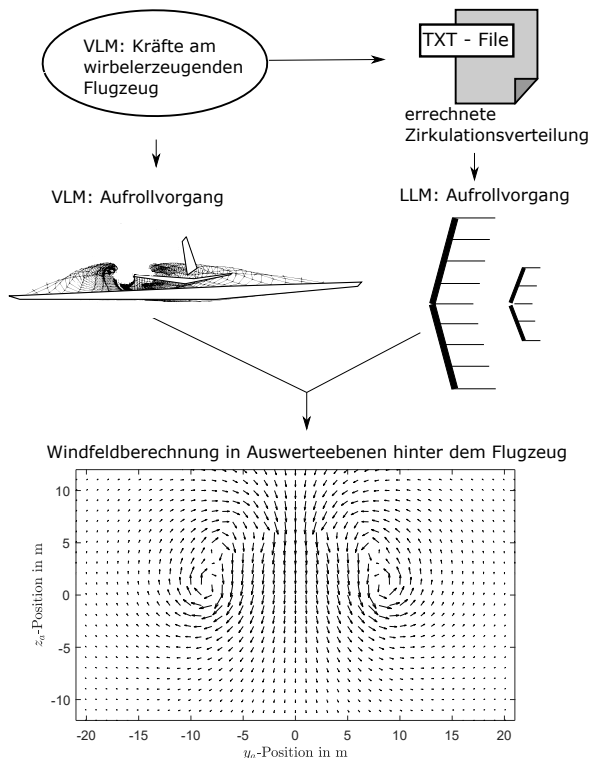


BILD 2: Methodik des Windfeldvergleichs der Simulationen zur Wirbelschlepenberechnung

In den frei platzierbaren Auswertebenen werden die in der Wirbelschlepe vorliegenden Windgeschwindigkeiten ausgewertet. Eine Vielzahl von Auswertebenen liefern die Windfelddaten. Die Zirkulationsverteilung an den Tragflächen wird durch die VLM berechnet. Die nachfolgenden Schritte zur Wirbeschlepenberechnung sind für beide Verfahren gleich. Die Schritte sind die Berechnung des Aufrollvorgangs und danach die Berechnung der induzierten Windgeschwindigkeiten in den Auswertebenen und das Speichern als 3D-Windfeld. Die verwendeten Auswertebenen liegen im aerodynamischen Koordinatensystem (Index a) in y'_a - z'_a -Richtung, dargestellt in Bild 3.

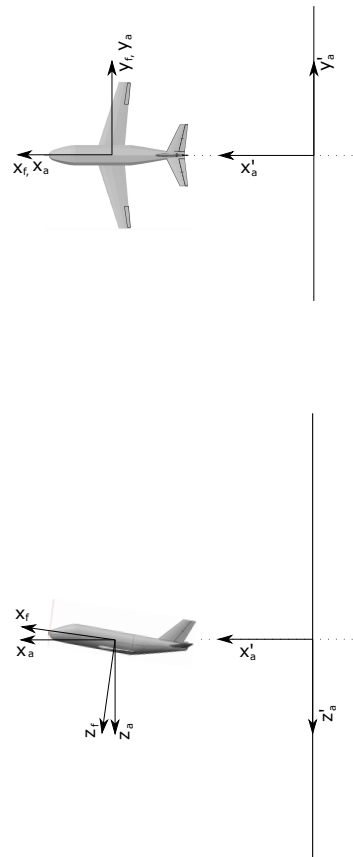


BILD 3: Auswertebenen und Flugzeugorientierung. Die Ebenen sind zwei Spannweiten breit (obig dargestellt) und drei Spannweiten hoch (unten)

Das Stangenwirbelmodell und die unterschiedlichen Eigenschaften der verglichenen Methoden LLM und VLM werden im Folgenden dargestellt.

2.1 Stangenwirbelmodell

Das Stangenwirbelmodell gibt die in einer Wirbelschlepe auftretenden Geschwindigkeiten gut wieder und wird häufig verwendet [3]. Daher wird es in diesem Bericht als Referenz genutzt.

Das Stangenwirbelmodell stellt die Wirbelschlepe, ausgehend von der Zirkulation der Tragflächen, durch zwei gegensinnig rotierende, gerade Wirbelfilamente dar. Kaden [3] gibt Referenzparameter für eine Stangenwirbelberechnung unter Verwendung der ebenfalls in der vorliegenden Arbeit verwendeten Flugbedingung an. Mit diesen Parametern

tern induziert ein Stangenwirbel das in Bild 4 dargestellte Windfeld. Bei den Referenzparametern wird von der Geometrie des Kurzstreckenverkehrsflugzeugs VFW 614 und einer elliptischen Auftriebsverteilung ausgegangen. Die Geometrie der VFW 614 ist in Bild 9 dargestellt und durch eine Spannweite b von 21,5 m gekennzeichnet. Die in Bild 4 senkrecht eingezeichneten Linien kennzeichnen den Kernradius, welcher in Abschnitt 2.4 beschrieben wird.

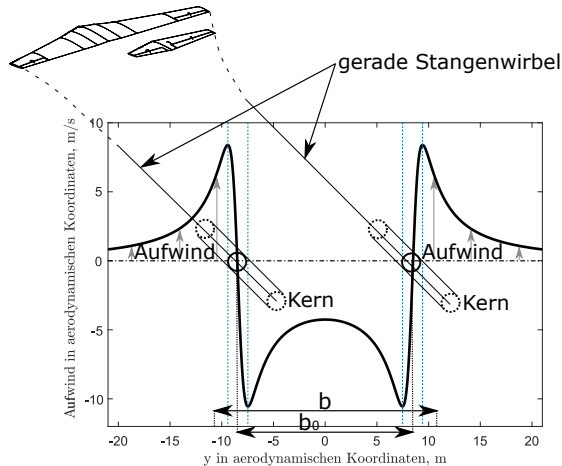


BILD 4: Aufwindfeld eines Stangenwirbels unter den Annahmen aus [3]

Bild 4 zeigt, dass der Abstand b_0 zwischen den zwei Wirbelfilamenten geringer ist als die Spannweite b . Bei der Annahme einer elliptischen Auftriebsverteilung ergibt sich der Wirbelkernabstand b_0 , gleichbedeutend mit dem Abstand der beiden Stangenwirbelfilamente, zu $b_0 = \frac{\pi}{4} b$. Wie in Abschnitt 3 erklärt, wird in diesem Bericht keine elliptische Auftriebsverteilung angenommen, sondern die Auftriebsverteilung wird von der VLM errechnet. Die Flughöhe und -geschwindigkeit werden auf die Werte des Vergleichs von Stangenwirbel und LLM [3] festgelegt. In Bild 4 sind die symmetrischen, glatt verlaufenden Aufwindfelder des Stangenwirbelmodells zu erkennen. Das Aufwindfeld und der Kernabstand b_0 eines Stangenwirbelmodells dienen als Referenz für die Methoden LLM und VLM.

2.2 Traglinienverfahren LLM

Die von Kaden [3] erstellte Aufrollsimulation mit der LLM bildet Tragflächenelemente durch eine Linie (Traglinie) veränderlicher Zirkulation Γ ab. Die Zirkulation baut sich von den Flügelspitzen zur Flügelmitte hin auf und ist proportional zum örtlichen Auftrieb A . Weitere Parameter, die den Auftrieb bestimmen, sind die Luftdichte ρ und die Flugeschwindigkeit V , siehe Gleichung (1).

$$(1) \quad A = \rho V \Gamma$$

Die auftriebserzeugende Zirkulationsverteilung an den Traglinien wird in diskreten Schritten modelliert. Die Zirkulationsachsen sind dabei an die Flugzeuggeometrie gebunden. Jede diskrete Änderung der Zirkulation Γ entlang einer Traglinie bedingt freie, abfließende Wirbel mit der Zirkulation $\Delta\Gamma = \Gamma_{i+1} - \Gamma_i$ [2]. Die diskreten Änderungen der Traglinienlinienzirkulation bestimmen die Zirkulation der Wirbelfilamente der Wirbelschlepe. Dieser Zusammenhang ist in Bild 5 dargestellt. Die Wirbelschlepe wird

dadurch von einer Vielzahl von freien Wirbelfilamenten dargestellt.

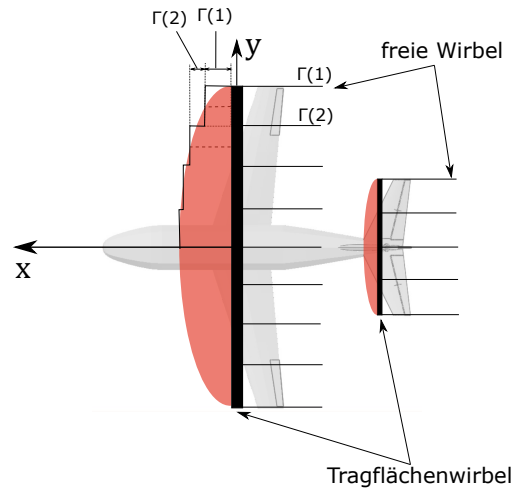


BILD 5: Schema der Wirbelursprünge der LLM ohne Pfeilung

Die LLM berechnet den Aufrollvorgang in mehreren Ebenen, die mit dem Abstand Δx_a hintereinander in x_a -Richtung angeordnet sind und sich in $y'_a-z'_a$ -Richtung ausdehnen. Diese sind fest im Raum platziert und die Wirbelfilamente werden durch ihre Position in diesen Ebenen repräsentiert. Für die Berechnung der Bewegung der Wirbelfilamente in diesen vorher definierten, an festen x_a -Positionen liegenden Ebenen, werden die Wirbelfilamente in jeder Berechnungsebene als geradlinig entlang der Anströmung approximiert. Durch diese Annahme entsteht keine Geschwindigkeitskomponente in x_a -Richtung [3].

Die Annahme geradliniger Wirbelfilamente führt dazu, dass nicht Wirbelfilamentlagen aller Zeitschritte beziehungsweise aller Berechnungsebenen bei der Berechnung der neuen Lage der Wirbelfilamente untersucht werden müssen. Die Lage der Wirbelfilamente in einer nachfolgenden Berechnungsebene, beziehungsweise in einem nachfolgenden Zeitschritt, wird durch die induzierten Geschwindigkeiten der Wirbelfilamente in der davorliegenden Berechnungsebene und der Wirbelfilamente der Traglinien mit dem expliziten Eulerverfahren bestimmt. Diese Berechnung startet iterativ von der Position der Traglinien.

Aufgrund dieser Eigenschaft skaliert die Berechnungszeit der LLM linear mit der Anzahl der Berechnungsebenen. Da die Interaktion aller Wirbelfilamente untereinander in jeder Berechnungsebene evaluiert wird, skaliert die Berechnungszeit quadratisch mit der Anzahl der Wirbelfilamente. Die lineare Skalierung mit der Wirbelschleppenlänge ist ein Vorteil dieser Methode, welcher aus den getroffenen Annahmen folgt. Allerdings muss die Zirkulation der Traglinien unter Beachtung des nötigen Gesamtauftriebes vorgegeben werden. Dabei kann entweder von einer elliptischen Auftriebsverteilung ausgegangen werden [3] oder, wie in diesem Bericht, die Zirkulationsverteilung der Tragflächen mit einer anderen Methode bestimmt werden. In dieser Untersuchung wird die VLM genutzt, um die Zirkulationsverteilung zu bestimmen. Die Zirkulationsverteilung folgt in der VLM aus der Tragflächegeometrie, wie im nächsten Abschnitt dargestellt.

2.3 Instationäre Wirbelgittermethode VLM

Die instationäre Wirbelgittermethode (engl.: *Vortex Lattice Method*, VLM) simuliert namensgebend ein Gitter von Wirbellinien auf den Tragflächen und hinter dem Flugzeug, dargestellt in Bild 6.

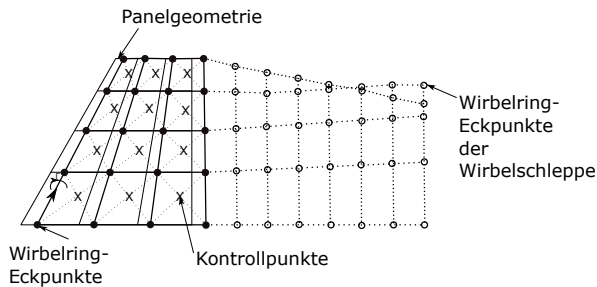


BILD 6: Wirbelgitter aus je vier Filamenten in der Vortex-Lattice-Methode, teilweise nach [1]

Die Grundlage der Tragflächenmodellierung bilden Platten (engl.: *Panels*), die in Abschnitt 3 erstellt werden, und die Tragflächengeometrie approximieren. Ausgehend von der Lage dieser Platten werden Wirbelringgitter platziert. Die Wirbelringgitter werden nach in [1] hergeleiteten Regeln jeweils um ein Viertel der Plattentiefe nach hinten versetzt, der Ansatz wird schematisch in Bild 6 dargestellt. Jeder Wirbelring besteht aus vier geradlinigen Wirbelfilamentsegmenten und besitzt eine Drehrichtung.

Jedes der vier Segmente eines viereckigen Gitterelements besitzt die gleiche Zirkulation Γ . Es werden zwei Arten von Gittern unterschieden. Erstere sind fest mit den Tragflächen verbunden und ihre Stärke Γ wird numerisch bestimmt, sodass an den mittleren Kontrollpunkten der Gitter keine Strömungsgeschwindigkeit in Normalenrichtung des Gitters vorliegt. Das Gitter bildet eine undurchlässige Tragfläche nach, an deren Oberfläche die Bedingung einer tangentialen Strömung erfüllt sein muss.

Die zweite Art von Gittern beginnt an den Tragflächenhinterkanten und schwimmt mit der lokalen Strömungsgeschwindigkeit ab. Nach den Helmholtz'schen Wirbelsätzen und dem zeitlichen Wirbelerhaltungssatz, dargestellt in [14], ist die Zirkulation Γ der Gitter, welche an der Tragflächenhinterkante abfließen, an die Filamente der Gitter gebunden und unveränderlich.

In jedem VLM-Berechnungszeitschritt werden die induzierten Geschwindigkeiten an den Wirbelringeckpunkten der Wirbelschleppe berechnet. Die durch diese Eckpunkte repräsentierten Wirbelfilamente werden mit den induzierten Geschwindigkeiten bewegt. Die Wirbelschleppe bewegt und verformt sich entsprechend.

Die Zirkulation Γ der Wirbelfilamente an der Hinterkante der Tragfläche spiegelt den Gesamtauftrieb wieder. Dies ist schematisch in Bild 7 dargestellt.

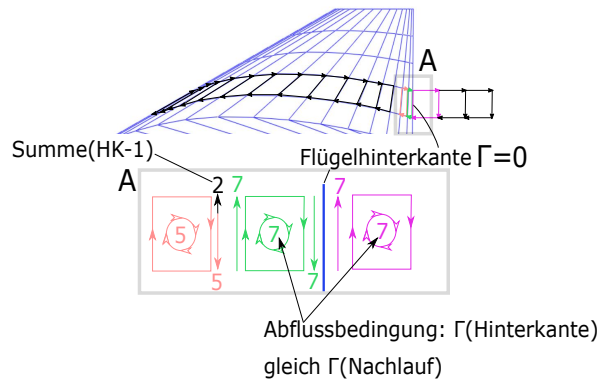


BILD 7: Abflussbedingung an der Flügelhinterkante

Jedes Wirbelgitterelement, bestehend aus vier Wirbelfilamenten, hat eine Rotationsrichtung. Drehen zwei nachfolgende Ringe in dieselbe Richtung, resultiert spannweitig ein Wirbelfilament mit der Zirkulation Γ der Differenz ($7 - 5 = 2$). Diese Zirkulation ($\Gamma = 2$) ist der Wert, der zur Berechnung der Kräfte und Momente in der VLM benutzt wird. Durch dieses Prinzip addiert sich die Zirkulation Γ in Spannweitenrichtung orientierter Wirbelfilamente entlang der Wirbelgitter ($5 + 2 = 7$) in Profilrichtung von der Tragflächennase zur Tragflächenhinterkante hin.

Die Zirkulation an der Tragflächenhinterkante bildet den summierten Auftrieb der gesamten Tragfläche an der jeweiligen spannweiten Position ab. Die Kutta'sche Abflussbedingung, $\Gamma_{HK} = 0$ [1], wird erfüllt, indem die Wirbelschleppe an der lokalen spannweiten Position mit einem Wirbelgitter ebendieser Summe startet, $\Gamma_{HK} = \Gamma_{Wirbelschleppe}$ [1].

Da das erläuterte Additionsprinzip der Wirbelgitterelemente auch von den Flügelaußenkanten zur Flügelmitte gesehen gilt, entspricht die Zirkulation jedes in x -Richtung liegenden Filamentes der ersten Wirbelschleppengitterreihe der spannweiten Zirkulationsänderung.

Dieser Zusammenhang von Zirkulationsänderung und Wirbelfilamentzirkulation ist analog zu der Berechnung der Zirkulation der abfließenden Wirbelfilamente der LLM.

Die Annahmen der VLM sind deutlich weniger restriktiv als jene der LLM. Die Wirbelfilamente in der Wirbelschleppe dürfen sich in alle Richtungen bewegen und sind nicht an vorher definierte Berechnungsebenen gebunden.

Zur Berechnung des Wirbelschleppenaufrollens werden die durch alle Wirbelfilamente der Tragflächen und der Wirbelschleppe an allen Eckpunkten der Wirbelschleppengitter induzierten Geschwindigkeiten ausgewertet. Dadurch skaliert die Berechnungszeit der VLM quadratisch mit der Länge der Wirbelschleppe. Aus dem gleichen Grund skaliert die Berechnungszeit auch quadratisch mit der Anzahl der spannweiten Wirbelfilamente.

Diesem Rechenzeitnachteil gegenüber stehen die Vorteile der impliziten Berechnung der Zirkulationsverteilung aus der Geometrie und Flugbedingung sowie der Vorteil einer instationären Berechnung. Die instationäre Berechnung bewirkt, dass die Auswirkung von Flugmanövern auf die Auftriebsverteilung des Flugzeuges über die Kutta'sche Abflussbedingung in der Zirkulation der einzelnen Filamente der Wirbelschleppe berücksichtigt wird.

2.4 Der Kernradius

Die von den Wirbelfilamenten induzierten Geschwindigkeiten werden mit dem Gesetz von Biot-Savart berechnet, dargestellt in Bild 8 und in Gleichung (2). Jedes Wirbelfilament-Segment ist im Traglinienverfahren eine gerade Linie, die entweder auf den Traglinien liegt oder sich geradlinig durch die betrachtete Berechnungsebene ausdehnt. Bei der VLM ist jedes diskrete Filament-Segment $d\vec{l}$ Teil eines Gitterrechteckes, wodurch deutlich mehr Filamente in Simulationen benötigt werden.

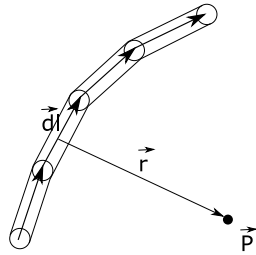


BILD 8: Geometrie für die Berechnung der induzierten Geschwindigkeit am Punkt P

Die induzierte Geschwindigkeit V_{ind} jedes Wirbelfilament-Segments an einem Punkt \vec{P} wird aus dem Richtungsvektor \vec{r} und der Zirkulation Γ des Wirbelfilament-Segments berechnet,

$$(2) \quad V_{ind}(\vec{P}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\Gamma_1}^{\Gamma_n} \Gamma_i \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}.$$

Umformungen für die Programmierung von Gleichung (2) in einen Rechenalgorithmus sind in [3] für das Traglinienverfahren und in [1] für die VLM gegeben.

Gleichung (2) gilt für einen nichtviskosen Potentialwirbel. Da nach Gleichung (2) die induzierte Geschwindigkeit bei einer geringen Entfernung $r \rightarrow 0$ asymptotisch gegen Unendlich strebt, wird eine Regularisierungsfunktion benötigt. Als Regularisierungsfunktion $R(d)$ wird beim Stangenwirbelmodell, der LLM und der VLM die Burnham-Hallock-Funktion aus [3] verwendet.

$$(3) \quad R(d) = \frac{d^2}{d^2 + r_c^2}$$

Dazu wird Gleichung (3) mit Gleichung (2) multipliziert. In Gleichung (3) steht d für den orthogonal auf $d\vec{l}$ stehenden Betrag des Abstandes von \vec{P} zu dem Wirbelfilament-Segment $d\vec{l}$.

Regularisierungsfunktionen wie Gleichung (3) bilden einen viskosen Kernradius r_c um die Wirbelfilamente nach. Innerhalb dieses Radius steigt die induzierte Geschwindigkeit von Null aus an. Außerhalb des Kernradius gleicht sich der Geschwindigkeitsverlauf dem Potentialwirbel an.

Der Wirbelfilament-Kernradius r_c beeinflusst das Ergebnis der Berechnungen. Er soll nach Literaturempfehlungen so gewählt werden, dass immer Überlappung der Kernradien einzelner Wirbelfilamente entsteht [15]. Nakamura et al. [16] geben eine Formel an, die den Kernradius abhängig von der Diskretisierung skaliert. Der Kernradius beeinflusst zudem die Aufwindstärke in der Wirbelschlepe [3], es werden daher viele Anforderungen an die Wahl des Kernradius gestellt.

Die induzierte Windgeschwindigkeit geht außerhalb des Kerns in die des Potentialwirbels über. Je kleiner der Kernradius r_c gewählt ist, desto näher an der Singularität des Potentialwirbels liegt der Übergang und desto größer werden die induzierten Geschwindigkeiten. Da der Effekt des Kernradius r_c nicht untersucht werden soll, wird in dieser Vergleichsstudie ein fester Wert für r_c gewählt, um Windfelder mit deutlichen Aufwindgeschwindigkeiten um die Wirbelschlepenachsen bei allen Diskretisierungen zu erhalten. Der gewählte Kernradius wird in Abschnitt 3 angegeben.

3 GEOMETRIERESTELLUNG UND PARAMETERWAHL

Die Auftriebsverteilung der VLM ergibt sich aus der Geometrie der Tragflächen und der Bedingung, dass an den Kontrollpunkten der Tragflächengitter keine Strömung durch das Gitter tritt, wie oben in der Methodik der VLM beschrieben. Um dieselbe Zirkulationsverteilung in beiden Methoden vorzugeben, wird die Tragflächengeometrie modelliert und die sich in der VLM ergebenden Zirkulationswerte in die LLM übertragen.

In der Darstellung der hier verwendeten LLM nutzt Kaden [3] eine elliptische Auftriebsverteilung mit den maximalen Zirkulationen von $\Gamma_{0,F} = 104,94 \frac{m^2}{s}$ für den Flügel und $\Gamma_{0,HLW} = 22,63 \frac{m^2}{s}$ für das Höhenleitwerk, welche von außen festgelegt wird. Diese Werte stellen ein Ziel der Parameteranpassung dieser Untersuchung dar.

Ein weiteres Ziel ist es, Aufwindstärken und -verläufe ähnlich zu dem Stangenwirbelmodell zu erzielen. Im Folgenden wird beschrieben, wie dazu vorgegangen wird.

Zur Modellierung der Tragflächen werden Profildaten der VFW 614, eines zweistrahligen Kurzstreckenverkehrsflugzeugs, aus der Aerodynamikdokumentation dieses Flugzeugs verwendet [17]. Diese Daten werden mit OpenVSP [18] zu einer Geometriedarstellung verarbeitet, welche in die VLM übertragen wird. Dabei wird der Rumpf vernachlässigt. Diese Geometrie wird in drei Genauigkeiten erstellt. Diese Repräsentationen der Geometrie werden Diskretisierung 1 - 3 genannt.

TAB 1: Diskretisierungsfälle der Tragflächen der VFW 614

| | Panele in y pro Flügelhälfte | Panele in y pro Leitwerkshälfte |
|----------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| Diskr. 1 | 32 | 16 |
| Diskr. 2 | 8 | 4 |
| Diskr. 3 | 4 | 2 |

Die genaueste Diskretisierung 1 ist in den Bildern 9 und 10 dargestellt.

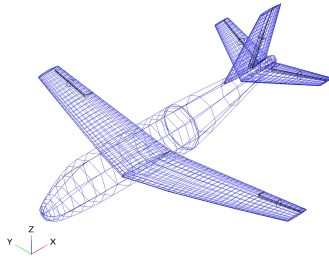


BILD 9: Diskretisierung 1 in OpenVSP

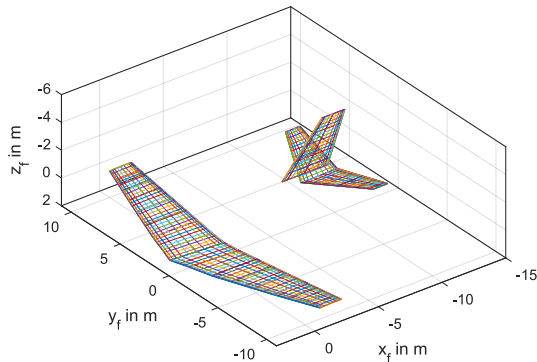


BILD 10: Diskretisierung 1 in MATLAB

Das Seitenleitwerk wird modelliert, im hier untersuchten stationären Horizontalflug aber nicht für die LLM-Aufrollsimulation verwendet. Da in einem stationären Horizontalflug ohne Schiebewinkel oder Seitenruderausschläge geflogen wird, ist das Seitenruder kraftfrei und trägt somit keine Zirkulation. Da es im Linienflug nur selten (Seitenwindlandung, Seitenböe, Triebwerksausfall) eingesetzt wird, ist es für den Formationsflug nicht relevant und es kann in der Wirbelschleppensimulation vernachlässigt werden.

Für die VLM-Berechnung wird die Flugzeugschwerpunktlage derart gesetzt und getrimmt, dass für den in Tabelle 2 beschriebenen Flugzustand ähnliche Tragflächenzirkulationen $\Gamma_{0,F}$ und $\Gamma_{0,HLW}$ erreicht werden wie im Referenzflugzustand aus der LLM-Untersuchung [3] dargestellt.

Die Varianten Diskretisierung 1, 2 und 3 werden beim Vergleich von LLM und VLM verwendet. Zuerst werden die erstellten Geometrien in die VLM geladen und die Wirbelaufrollsimulation der VLM mit den in Tabelle 2 gelisteten Parametern gestartet.

TAB 2: Einstellungen der Simulationen des stationären Aufrollvorganges

| | |
|--------------------------|---------------------------------------|
| Simulationsstrecke | 1000 m \approx 7.14 s Flugzeit |
| Δt | 0,02 s |
| Regularisierungsfunktion | Burnham Hallock |
| r_c | 0,43 m |
| C_A | 0,43 |
| α | 3,85° |
| ρ | 0,6309 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ |
| VTAS | 140 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ |
| H | 6400 m |
| m | 17400 kg |
| Auswertgitterauflösung | 0,1 m |

Die Zirkulation der Wirbelgitterfilamente an der Flügelhinterkante wird dabei von der VLM-Aufrollsimulation bestimmt. Diese Zirkulationsverteilung entspricht der Auftriebsverteilung über die Tragfläche und ist in Bild 11 für alle drei Diskretisierungen dargestellt. Die aerodynamische Entwindung des Flügels führt zu einer Auftriebsverteilung, die nicht elliptisch ist.

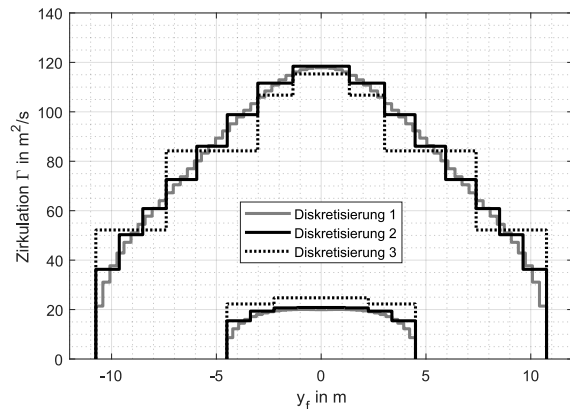


BILD 11: Verteilung der errechneten spannweiten Zirkulationsverteilung und damit des Auftriebs aus der VLM für alle drei Diskretisierungen. Der Höhenleitwerksauftrieb ist im Bereich $[-4,5 \text{ m}; 4,5 \text{ m}]$ angegeben

Die berechneten Maximalzirkulationen aller Diskretisierungen für das Höhenleitwerk liegen nahe an den eingangs genannten Werten aus dem Vergleich von LLM und Stangenwirbel [3]. Die Maximalzirkulation am Flügel ist größer. Dies ist eine Folge der spitzer als elliptisch zulaufende Zirkulationsverteilung.

Die Position der spannweiten Diskretisierungsschritte der Zirkulationsverteilung sind durch die Geometrieerstellung festgelegt. Die Verteilung der Zirkulation entlang der Traglinie und die Position der Traglinie muss der LLM vorgegeben werden - dazu werden die ermittelten Zirkulationsverteilungen der VLM für die Diskretisierungen 1 bis 3 verwendet. Die für den Vergleich zur VLM optimale Position der Traglinie wird untersucht. Es wird eine Linie parallel der y -Achse und durch ein Viertel der Flügeltiefe $l(y)$ an der Stelle $y = 0$ untersucht, siehe Bild 5. Dies stellt eine erste Approximation der Traglinien ohne Berücksichtigung der Pfeilung dar. In einer weiteren Untersuchung wird die Pfeilung des Flügels und des Höhenleitwerks entlang dieser $l/4$ -Linie berücksichtigt. Zudem wird untersucht, wie die Positionierung der Traglinie an den Tragflächenhinterkanten des Flugzeugmodells den Vergleich beider Methoden beeinflusst.

Die beste Übereinstimmung der Wirbelfilamentpositionen der Wirbelschlepe zwischen LLM und VLM wird durch die Positionierung der LLM-Traglinien an den Tragflächenhinterkanten erreicht. Die mit der VLM bestimmte und auf diese Position festgelegte Zirkulationsverteilung wird für die drei Diskretisierungen in die LLM eingesetzt, sodass beide Methoden vergleichbare Startparameter haben.

Der Kernradius r_c in Tabelle 2 ist der Hauptparameter zur Modifikation der erzielbaren maximalen Aufwindstärken in der Wirbelschlepe. Da an die einzelne Diskretisierungen 1 bis 3 angepasste Kernradien, unter Berücksichtigung des Kriteriums überlappender Kernradien [15], nicht

zu induzierten Geschwindigkeiten in der Größenordnung der Stangenwirbelreferenz führen, wird für alle drei Diskretisierungen derselbe, experimentell bestimmte, Kernradius von $r_c = 0,43$ m verwendet.

4 WIRBELIDENTIFIKATIONSMETHODE

Die von den Tragflächen abfließenden Wirbelfilamente stellen mit ihren Wirbelkernradien r_c Viskosität im Geschwindigkeitsfeld hinter dem Flugzeug dar. Sie sorgen für eine Rotation des Geschwindigkeitsfeldes an den Positionen der Wirbelfilamente. Die Rotation, die den Unterschied zu dem Geschwindigkeitsfeld eines Potentialwirbels bewirkt, nimmt außerhalb der Wirbelfilamentachsen ab. Überlappen sich mehrere Wirbelfilamente gleicher Drehrichtung bezogen auf ihren Kernradius r_c , hat das resultierende Geschwindigkeitsfeld einen Rotationsmittelpunkt [19]. Bei einem monoton zur Tragflügelmitte ansteigendem Zirkulationsverlauf ist die Drehrichtung der abfließenden Wirbelfilamente je Flugzeugseite identisch. Werden im Geschwindigkeitsfeld v_a-w_a zwei globale Extrema der Wirbelstärke, gleichbedeutend Extrema der Rotation, gefunden, sind diese als Wirbelkernpositionen identifiziert [20]. Der Verlauf dieser Positionen über alle Auswertebenen hinter dem wirbelerzeugenden Flugzeug stellt die Wirbelachsen der Wirbelschleppe und damit die Wirbelschleppentrajektorie dar. Ein Erwartungswert für die spannweite Position der Wirbelkerne kann berechnet werden. Nach Gerz et al. [20] ist der Wirbelkernabstand $b_0 = s \cdot b$. Der Wert von s berechnet sich aus

$$(4) \quad s = \frac{2}{b} \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{\Gamma_y}{\Gamma_0} dy.$$

Bei der elliptischen Auftriebsverteilung hat s den Wert $\frac{\pi}{4}$. Die Zirkulation Γ_0 in der Flügelmitte ist mit der Masse m des Flugzeugs und der Erdbeschleunigung g

$$(5) \quad \Gamma_0 = \frac{mg}{\rho s b V}.$$

Sie fließt in die Wirbelschleppe ab. Damit ist ein Zusammenhang zwischen der Auftriebsverteilung und der Wirbelschleppenstärke und dem Wirbelschleppenabstand hergestellt. Stellt man Gleichung 4 um, lässt sich der halbe Wirbelkernabstand $b_0/2$ berechnen mit

$$(6) \quad \frac{b_0}{2} = \frac{s b}{2} = \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{\Gamma_y}{\Gamma_0} dy.$$

Diskret auf die ermittelte Zirkulationsverteilung angewandt, berechnet sich ein Erwartungswert für die spannweite Position des Wirbelschleppenkerns

$$(7) \quad \frac{b_0}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{\Gamma_i y_{Fil}(i)}{\Gamma_0}.$$

5 VERGLEICH BEIDER METHODEN

In diesem Abschnitt werden die Wirbelfilamentpositionen, die Aufwindfelder und die Lage der identifizierten Wirbelschleppenkerne der LLM und VLM verglichen. Bei dem

Vergleich der identifizierten Kernlagen wird der nach Gleichung (7) berechnete Wirbelkernabstand, anwendbar auf ein Stangenwirbelmodell, hinzugezogen.

Bei dem Vergleich der Aufwindfelder wird das eines Stangenwirbels, siehe Bild 4, benutzt, das mit diesem Wirbelkernabstand berechnet wurde. Diese Kriterien spiegeln die Anforderungen an die LLM und VLM wider, die Position der Wirbelschleppe zu errechnen und das im Formationsflug nutzbare Aufwindfeld darzustellen.

5.1 Vergleich der Wirbelfilament- und Wirbelachsenpositionen

Für den Vergleich der errechneten Wirbelschleppenfila- mentpositionen beider Verfahren wird die Differenz der Position aller Wirbelfilamente der LLM zu den Wirbelfila- mentpositionen in der VLM untersucht. Dabei wird für jeden Zeitschritt das i -te Filament (Index Fil) der LLM mit dem i -ten Filament der VLM verglichen. Dieser Vergleich wird auf die y - und z -Position der Filamente jeder Tragfläche getrennt angewendet. Durch die Symmetrie im stationären Horizontalflug reicht zur Auswertung die Betrachtung einer Seite des Flugzeugs aus. Bild 12 verdeutlicht diesen Ver- gleich beider Methoden am Beispiel der Diskretisierung 2 im Abstand von zehn Spannweiten, entsprechend andert- halb Flugsekunden hinter dem wirbelerzeugenden Flug- zeug. Zur Verdeutlichung werden dabei auf der linken Sei- te die Wirbelfilamentpositionen der LLM dargestellt und auf der rechten diejenigen der VLM - der Vergleich bezieht sich jedoch auf die gleiche Flugzeugseite.

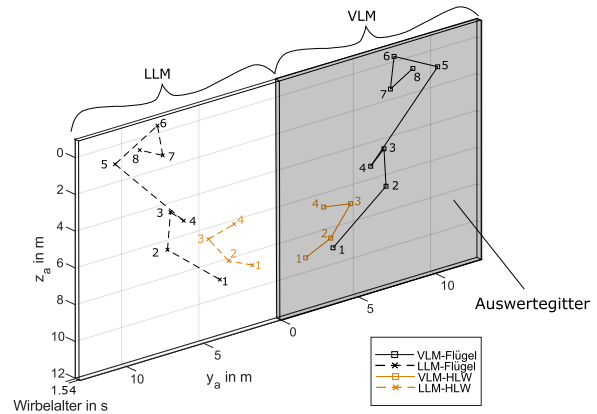


BILD 12: Vergleich der lokalen Wirbelfilamentlagen (Flügel 1-8, HLW 1-4) beider berechnet mit VLM und LLM für Diskretisierung 2

In den Bildern 13 bis 15 wird der Mittelwert und die Standardabweichung der Differenz der Wirbelfilamentpositionen beider Methoden dargestellt. Die Anzahl der Filamente Fil je Tragfläche wird mit n bezeichnet. Für den Mittelwert μ der spannweiten Abweichungen je Tragfläche gilt

$$(8) \quad \mu(\Delta, t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{Fil,LLM}(i, t) - y_{Fil,VLM}(i, t)).$$

Die Standardabweichung σ der spannweiten Abweichun-

gen in Bezug auf ihren Erwartungswert wird berechnet mit (9)

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_{Fil,LLM}(i,t) - y_{Fil,VLM}(i,t) - \mu(\Delta,t)|^2}$$

Für die vertikalen Abweichungen der Filamentlagen wird entsprechend verfahren.

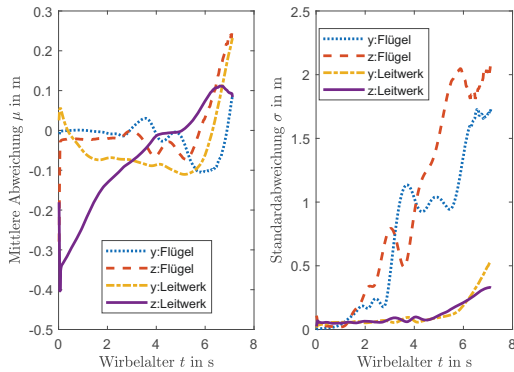


BILD 13: Mittlere- und Standardabweichung der lokalen Wirbelfilamentlagen (LLM zu VLM) in Diskretisierung 1

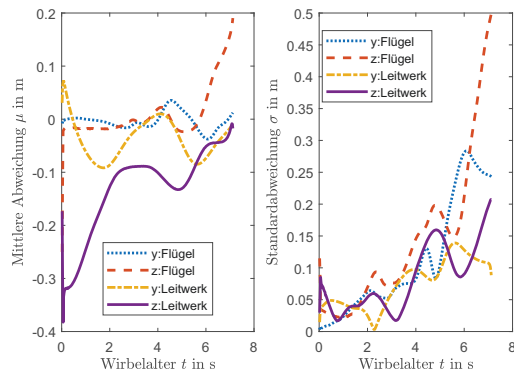


BILD 14: Mittlere- und Standardabweichung der lokalen Wirbelfilamentlagen (LLM zu VLM) in Diskretisierung 2

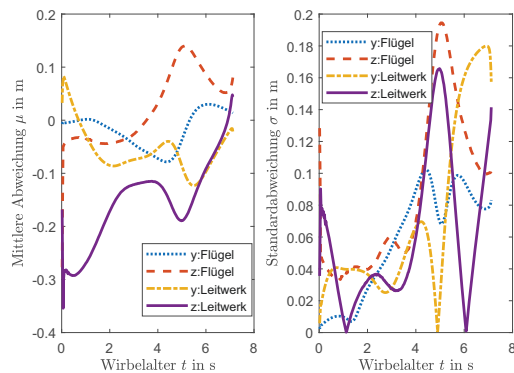


BILD 15: Mittlere- und Standardabweichung der lokalen Wirbelfilamentlagen (LLM zu VLM) in Diskretisierung 3

Die Standardabweichungen der Filamentlagen mit der feinen Diskretisierung 1, dargestellt in Bild 13, werden ab einer Sekunde zunehmend größer. Bei den untersuchten größeren Diskretisierungen ist dies erst später zu beobachten, dargestellt in den Bildern 14 und 15. Die mittleren Abweichungen der Filamentlagen zeigen diesen Trend nicht. Die mittlere Positionsabweichung ist anfangs am Höhenleitwerk groß. Die mittleren Abweichungen am Simulationsende sind bei allen Diskretisierungen gering. Dies lässt darauf schließen, dass die sich die Filamentlagen beider Methoden im Mittel nicht deutlich unterscheiden.

Die Standardabweichung der einzelnen Filamentpositionen nimmt im Simulationsverlauf tendenziell zu, da unterschiedliche Wirbelfilamentpositionen zu unterschiedlichen lokalen induzierten Geschwindigkeiten führen und damit die Lage der Wirbelfilamente im nächsten Zeitschritt ebenfalls anders berechnet wird. Die Standardabweichung steigt mit zunehmend feinerer Diskretisierung. Die von den Wirbelfilamenten gegenseitig induzierten Geschwindigkeiten spielen dabei eine Rolle, wenn die Diskretisierung feiner ist und die einzelnen Filamente näher an den Kernen benachbarter Filamente liegen. Feinere Diskretisierungen führen aber nicht zu schlechteren Windfeldberechnungen, wie die nächsten Untersuchungen zeigen.

Zusätzlich zu den lokalen Filamentlagen wird die globale Wirbelschleppenlage der LLM und der VLM über die gesamte Simulationsdauer anhand der Lage der mit dem Kriterium der Rotationsextrema identifizierten Wirbelachsen verglichen. Dieser Vergleich wird auf die feinste Diskretisierung 1 angewendet, da diese die größte Standardabweichung in den Filamentpositionen aufweist. Der Vergleich zeigt für diese Diskretisierung eine gute Übereinstimmung zwischen LLM und VLM, dargestellt in Bild 16.

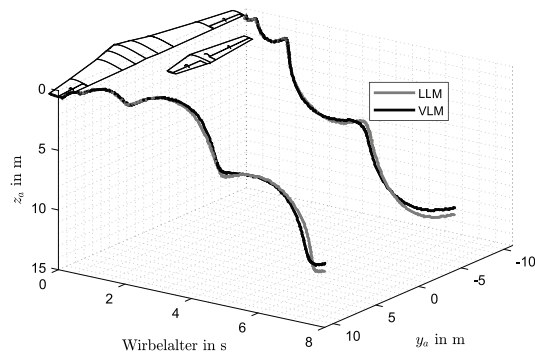


BILD 16: Identifizierte Wirbelachsen beider Verfahren in der Diskretisierung 1

Bei der LLM als auch bei der VLM fließen die identifizierten Wirbelkerne, die die Wirbelachsen bilden, von den an der Stelle $y_a = \pm 10,75$ m liegenden Flügelspitzen ab. Dabei sinken die Wirbelachsen in positive z_a -Richtung ab und schnüren sich auf einen Abstand b_0 ein, der geringer als die Spannweite b ist. Das Absinken und Einschnüren ist kennzeichnend für Wirbelschleppen, die erwartete Endposition b_0 der Wirbelachsen wurde in Abschnitt 4 aus der Tragflächenzirkulationsverteilung hergeleitet.

In Tabelle 3 werden die y_a -Wirbelachsenpositionen am Simulationsende mit den erwarteten Positionen nach Gl. (7) verglichen. Das Simulationsende befindet sich nach einer

Flugstrecke von einem Kilometer, was 7, 14 s Flugzeit entspricht. Die erwartete Wirbelachseposition wird einerseits alleine auf den Flügel bezogen, dabei wird Gleichung (7) auf die rechte Flügelseite angewendet. Andererseits wird Gleichung (7) auf den Flügel und das Höhenleitwerk (gesamt) bezogen ausgewertet, sodass im Zähler von Gleichung (7) alle Filamentpositionen am Flügel und Höhenleitwerk mit ihren jeweiligen Zirkulationen multipliziert werden und im Nenner durch die Summe der Gesamtzirkulation am Flügel und am Höhenleitwerk geteilt wird.

TAB 3: Vergleich der Wirbelachsenpositionen in Spannweitenrichtung am Ende der Simulationen

| Diskretisierung | $0.5 * b_0$ | erw. $0.5 * b_0$ (Flügel gesamt) |
|-----------------|----------------------------|----------------------------------|
| 1 | LLM: 7,60 m VLM: 7,62 m | 7,44 m 6,94 m |
| 2 | LLM: 6,82 m VLM: 6,87 m | 7,49 m 6,98 m |
| 3 | LLM: 4,14 m VLM: 4,15 m | 7,61 m 7,02 m |

Die Wirbelachsen rotieren, wie in Bild 16 dargestellt. Da am Simulationensende die rotierende Bewegung nicht beendet ist, sind die Werte in Tabelle 3 keine stationären Endwerte. Die Ergebnisse zeigen somit eine Abhängigkeit von der x_a -Position, die nach dem Stangenwirbel-Referenzmodell nicht vorliegt. Am Simulationensende zeigt sich eine ähnliche Wirbelachseposition in der VLM und LLM. Die Diskretisierungen 1 und 2 bilden die erwarteten Positionen, berechnet

aus der Auftriebsverteilung des Flügels und des Höhenleitwerks, am Simulationensende ausreichend ab. Die größte Diskretisierung mit nur vier Filamenten je Halbspannweite erreicht diese Anforderung nicht.

5.2 Vergleich der induzierten Windfelder

Im folgenden Abschnitt werden die mit beiden Methoden errechneten Windfelder untereinander verglichen und in Bezug zum Stangenwirbelmodell evaluiert. Dazu werden die Positionen $x_a = 10 b$ und $x_a = 1$ km hinter dem wirbelerzeugendem Flugzeug ausgewertet. Die erste Position wird festgelegt, da sie den minimalen Formationsflugabstand in den aktuellen Untersuchungen an der TU Berlin [4] wiedergibt. Die zweite Vergleichsposition liegt am Ende der verwendeten Simulationsstrecke und über 40 Spannweiten stromab des vorausfliegenden Flugzeugs. 40 Spannweiten entsprechen dem maximalen in [4] untersuchten Formationsflugabstand.

Für die Windfeldvergleiche wird ein Schnitt entlang der y_a -Achse auf der Höhe der identifizierten Wirbelkerne durchgeführt und entlang dieser Koordinaten das Windfeld w bestimmt.

Aufgrund der Symmetrie der Windfelder bezogen auf die x_a - z_a Ebene wird hier nur die rechte Seite der Auswertebenen ($y_a > 0$) betrachtet. Für einen Abstand von 10 Spannweiten, der einem Wirbelalter von anderthalb Sekunden entspricht, stellt Bild 17 die Aufwindfelder dar. Für einen Abstand von einem Kilometer sind die Aufwinde in Bild 18 dargestellt. Die rechte Flugzeugseite mit einer Halbspannweite von 10,75 m wird zur Verdeutlichung der Daten mit eingeblendet.

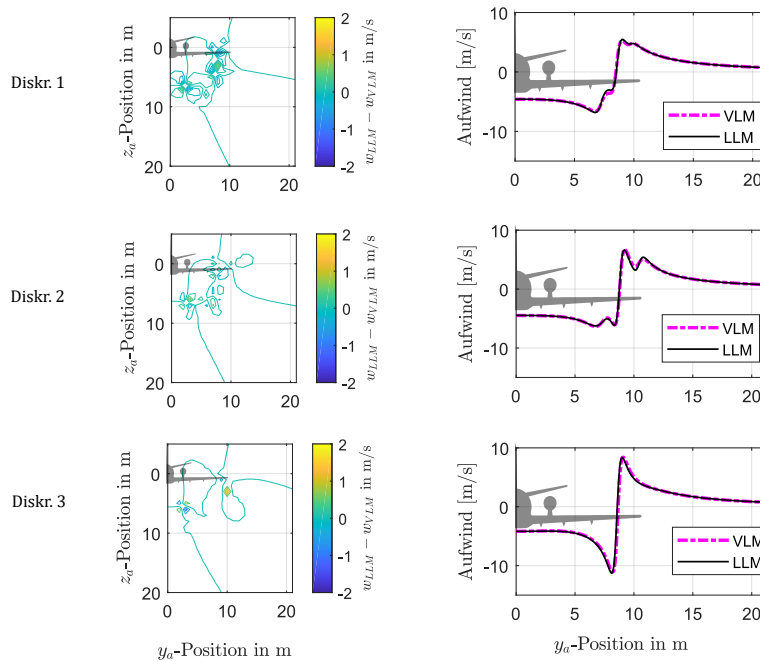


BIld 17: Vergleich des Aufwindes im Abstand von 10 Spannweiten. Zum Größenvergleich ist die Flugzeugkontur mit einer Halbspannweite von 10,75 m hinzugefügt

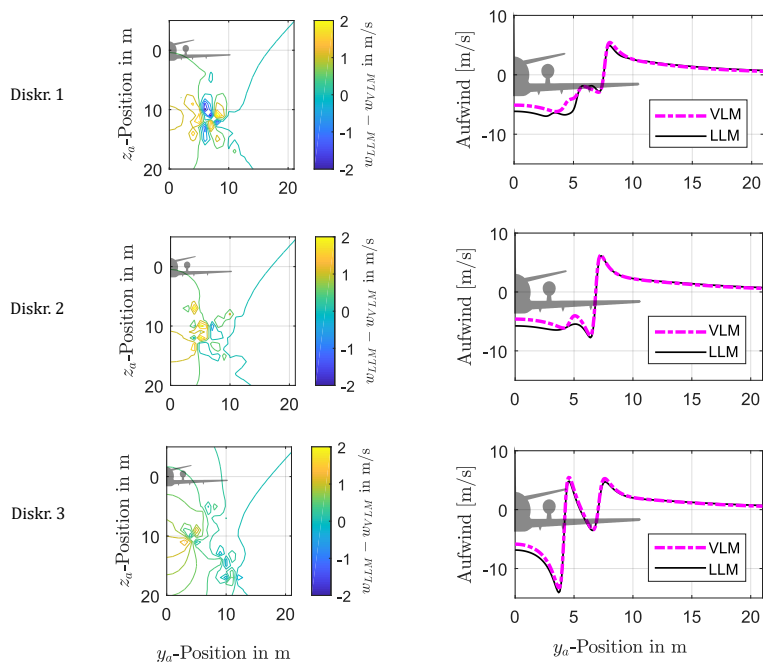


BILD 18: Vergleich des Aufwindes im Abstand von einem Kilometer. Zum Größenvergleich ist die Flugzeugkontur mit einer Halbspannweite von 10,75 m hinzugefügt

Für alle dargestellten Windfelder sind die globalen Wirbelschleppenkenngößen der Kernlage und der maximalen Aufwinde bei identischer Diskretisierung sehr ähnlich. Die Ergebnisse der Diskretisierungen eins bis drei unterscheiden sich. Die Berechnungen sind sensitiv auf die Parameterwahl. Die gewählten Parameter sind nicht optimal. Ausschließlich die grobe Diskretisierung im Abstand $x_a = 10 b$, dargestellt in Bild 17, erreicht eine ähnliche Aufwindverteilung ohne lokale Minima und Maxima wie das Referenz-Stangenwirbelmodell sowie Maximalaufwinde nahe der maximalen Aufwindstärke des Stangenwirbelmodells.

Die lokalen Abweichungen der Aufwindfelder sind durch Konturplots links in den Bildern 17 und 18 dargestellt. Die lokalen Abweichungen steigen mit zunehmendem Abstand zum vorausfliegendem Flugzeug beziehungsweise Wirbelalter. Der in der Auswertung der lokalen Wirbelfilamentlagen erfasste Trend zu größeren Abweichungen bei feineren Diskretisierungen ist auch in den lokalen Abweichungen der Windfelder für $x = 1$ km in Bild 18 beobachtbar.

An diesen Konturplots der Abweichungen lässt sich erkennen, dass die Abweichungen an den Positionen der Wirbelkerne stärker sind. Die Abweichungen sind bei einem Kilometer Wirbelschleppenlänge in der vertikalen Position von ca. 10 m am stärksten. Dies passt zu dem in Bild 16 dargestellten Wirbelachsen der Diskretisierung 1.

Die nutzbaren Aufwindfelder sind gekennzeichnet durch einen positiven Verlauf des Aufwindes außerhalb der Wirbelkerne. Alle nutzbaren Aufwindfelder in Bild 17 und Bild 18 werden von LLM und VLM sehr ähnlich berechnet. Dies bedeutet, dass die maximalen Aufwindstärken und die aus den Aufwinden im Formationsflug zu gewinnende Energie von LLM und VLM ähnlich vorhergesagt wird. Für Windfel-

der im Abstand von mehr als einem Kilometer zum vorausfliegenden Flugzeug sind von VLM und LLM sehr ähnliche Ergebnisse zu erwarten.

6 UNTERSUCHUNG DER KONVERGENZ

Da die Parameter in dieser Studie einen Vergleich der LLM mit der rechenintensiven VLM ermöglichen sollen, sind sie größer, als die Parameter in der Vergleichsstudie von LLM zum Stangenwirbel [3]. Daher wird untersucht, ob die hier untersuchten Einstellungen ausreichend genau sind. Eine Aussage über die Konvergenz der Simulationsergebnisse lässt sich zum einen aus dem Vergleich der unterschiedlichen Windfelder der verschiedenen Diskretisierungen schließen. Bis zu 32 Filamenten je Halbspannweite unterscheiden sich die Windfelder deutlich und somit sind mindestens die Diskretisierungen 2 und 3 zu grob. Zudem rotieren die Wirbelschleppenachsen der feinsten Diskretisierung 1.

Um eine Aussage über die Diskretisierungsgenauigkeit der Diskretisierung 1 zu gewinnen, werden mit der LLM 128 Filamente je Halbspannweite unter Interpolation der Zirkulationsverteilung und der Wirbelfilamentstartpositionen der 32 Filamente in Diskretisierung 1 simuliert. Dabei muss die Zeitschrittweite Δt reduziert werden, um konvergierende Aufwindmaxima zu erreichen. Dieser Umstand ist direkt gekoppelt an die Bewegung der Wirbelfilamente. Abweichungen der Wirbelfilamentpositionen von der charakteristischen Spiralförmigkeit lassen sich hoher Diskretisierung und damit einhergehenden geringen Abständen zwischen einzelnen Filamenten und hohen Filamentgeschwindigkeiten nur mit kleinen Zeitschrittweiten gering halten.

Der Vergleich der LLM mit 128 Filamenten mit der nicht

interpolierten Diskretisierung 1 ist in Bild 19 dargestellt.

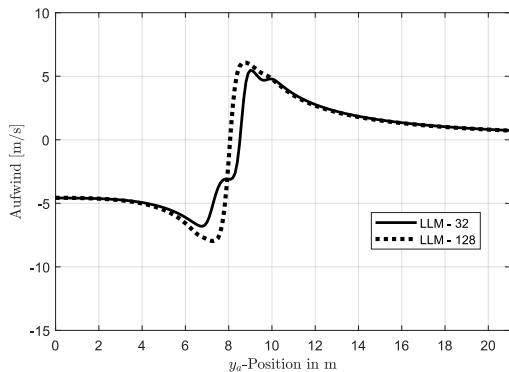


BILD 19: Vergleich des Aufwindes -w im Abstand 10 Spannweiten

Die interpolierte Diskretisierung mit 128 Filamenten in Bild 19 erzeugt einen weicheren Verlauf des Windfeldes als die ursprüngliche Diskretisierung mit 32 Filamenten. Der Verlauf in der für den Formationsflug relevanten Position im Aufwindfeld ist allerdings nahezu identisch. Auch die Wirbelkernlage, erkennbar am Nulldurchgang des Aufwindes, wird vergleichbar wiedergegeben. Die Diskretisierung 1 mit 32 Filamenten je Halbspannweite und die verwendete Schrittweite Δt ist demnach für dieses Windfeld nicht zu grob. Eine feinere Diskretisierung hat allerdings weitere Vorteile. Sie erlaubt mehr Variation des Kernradien-Parameters r_c . Er beeinflusst maßgeblich die Aufwindstärken. Durch die Variation von r_c lassen sich Aufwindstärken besser in Bezug auf Messungen anpassen. Auch das Rotieren der Wirbelachsen verringert sich bei feinerer Diskretisierung und geringerer Zeitschrittweite, dargestellt in Bild 20. Damit ist das Rotieren der Wirbelachsen parameterabhängig und ein Simulationsartefakt.

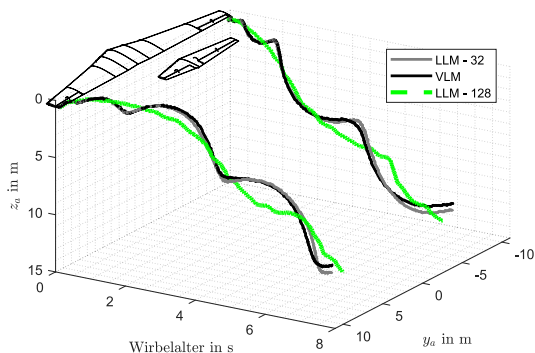


BILD 20: Konvergenz der Kernpositionen

Ein wichtiger Parameter für die Aufrollsimulationen der LLM und VLM ist die Zeitschrittweite Δt . Diese muss bei der interpolierten Diskretisierung deutlich reduziert werden. Versuche mit den größeren Diskretisierungen 1 bis 3 zeigten, dass eine Reduktion der Zeitschrittweiten ebenfalls einen Einfluss auf das Windfeld haben kann. Heintsch [21] fand mit einem auf dem einfachen Euler-Integrationsverfahren basierenden Wirbelschleppen-aufrollmodell Fehler der Spiralform der Wirbelschleppes ab einer Integrationsschrittweite von 0,01 s. Auch bei der VLM

und LLM wird das einfache Euler-Verfahren verwendet. Die in vorliegenden Vergleich verwendete Schrittweite von $\Delta t = 0,02$ s ist damit als zu grob anzusehen.

7 SCHLUSSFOLGERUNGEN UND AUSBLICK

Die mit dem Traglinienverfahren (LLM) und dem Vortex-Lattice-Verfahren (VLM) berechneten Wirbelschleppen unterscheiden sich bei gleicher Diskretisierung nur gering. Zum Einen zeigt sich, dass es bezüglich der Wirbelfilamentpositionen und den Aufwindgeschwindigkeiten zu lokalen Abweichungen zwischen LLM und VLM kommt. Diese Abweichungen nehmen zu, je feiner die Diskretisierung gewählt wird, und erreichen Standardabweichungen der Wirbelfilamentpositionen um $\sigma = 2$ m und Windfeldabweichungen von $\Delta w = 2$ m/s für das lokale Aufwindfeld in unmittelbarer Wirbelkernnähe.

Zum Anderen weichen die identifizierten Wirbelschleppachsen als Maß der räumlichen Lage der Wirbelschleppes nur im Zentimeterbereich voneinander ab. Die maximalen Aufwindstärken und die Aufwindfeldform außerhalb der Wirbelkerne werden von LLM und VLM sehr ähnlich berechnet.

Um eine dem Stangenwirbel ähnliche Aufwindfeldform zu erreichen, ist es nötig, die Parameter Diskretisierung, Kernradius und Zeitschrittweite aufeinander abzustimmen. Die in dieser Arbeit verwendete Zeitschrittweite und Diskretisierung sind in Vergleich zu Literaturwerten ([8] und [21]) als grob anzusehen.

Die LLM kann feinere Parametereinstellungen verwenden, da sie aufgrund ihrer Vereinfachungen schneller rechnet. Dadurch, dass der Auftrieb und seine Verteilung fest vorgegeben werden, muss die Tragflächenumströmung in der LLM nicht simuliert werden. Nachteilig ist, dass verschiedene Auftriebsverteilungen, wie sie beispielsweise beim Wechsel des Bezugsflugzeugs auftreten, dem Verfahren als diskrete Zirkulationswerte der Traglinien übergeben werden müssen.

Die VLM berechnet die Zirkulationsverteilungen selbstständig. Dadurch werden verschiedene Flugzeuggeometrien und Flugsituationen auch in der Wirbelschleppenstärke und -lage berücksichtigt. In diesem Bericht wird durch die Übertragung der im Horizontalflug festen Zirkulationsverteilungen aus der VLM in die LLM eine Vergleichbarkeit hergestellt. Damit werden ähnliche Ergebnisse erreicht.

Die Reduktion der Zeitschrittweite oder die Verfeinerung der Diskretisierung ist aufgrund der schlechten Skalierung der Rechenzeit mit der Wirbelfilamentanzahl in der VLM für den vorgenommenen Vergleich nicht praktikabel.

Weitere Möglichkeiten feinere Diskretisierungen zu erreichen, die in [9] beschrieben sind und teilweise in [10] umgesetzt sind, fehlen in den beiden verglichenen Methoden. Diese Möglichkeiten für die VLM zu nutzen, beispielsweise Rediskretisierungen der Wirbelfilamente im Verlauf der Wirbelschleppes vorzunehmen, stellen eine möglichen nächsten Arbeitsschritt dar.

Als Ausblick auf Seiten der LLM kann die Berechnung, welche für einen stationären Horizontalflug ausgelegt ist, für instationäre Manöver ummodelliert werden. Gekrümmte Wirbelschleppen, beispielsweise den Kurvenflug, können durch eine Koordinatentransformation des Windfeldes um die Flugtrajektorie berechnet werden [4]. So ist für die For-

mationsflugforschung mit der LLM eine schnelle Methode zur Wirbelschleppenberechnung vorhanden, welche wichtige Wirbelschleppeneigenschaften vorhersagen kann.

8 DANKSAGUNG

Dieses Vorhaben wurde finanziert durch Mittel des Fachgebietes Flugmechanik, Flugregelung und Aeroelastizität an der TU Berlin. Die Autoren danken André Kaden und Kai Lofffield für die Unterstützung.

LITERATUR

- [1] J. Katz and A. Plotkin. *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge University Press, Second Edition, 2001.
- [2] Anderson, JR., J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill Series in Aeronautical and Aerospace Engineering. McGraw-Hill, Inc, Second Edition, 1991.
- [3] A. Kaden and R. Luckner. Modeling Wake Vortex Roll-Up and Vortex-Induced Forces and Moments for Tight Formation Flight. In *AIAA Modeling and Simulation Technologies (MST) Conference*. Boston, MA, 2013.
- [4] A. Kaden and R. Luckner. Maneuvers during Automatic Formation Flight of Transport Aircraft for Fuel Savings. In *AIAA SciTech Forum 2020*. Orlando, FL, 2020.
- [5] R. Luckner K. Lofffield. Flugsimulation mit einem einfachen Modell für Strömungsablösung. In *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2018*, Friedrichshafen.
- [6] J. Rom. *High Angle of Attack Aerodynamics: Subsonic, Transonic and Supersonic Flows*. Springer, 1992.
- [7] D. W. Moore. A numerical study of the roll-up of a finite vortex sheet. In *Journal Fluid Mechanics*, 63(2), 1974, S. 225–235.
- [8] C. Dalton and X. Wang. The vortex roll-up problem using Lamb vortices for the elliptically loaded wing. In *Computers & Fluids*, 18(1), 1990, S. 139–150.
- [9] A. C. DeVoria and K. Mohseni. Vortex sheet roll-up revisited. In *Journal Fluid Mechanics*, 855, 2018, S. 299–321.
- [10] David Marten. *Qblade guidelines v0.9*, TU Berlin, 2015.
- [11] D. Bieniek and R. Luckner. Parametric Study & Simplified Approach to Wake Vortex Encounter Offline Simulation. In *1st CEAS European Air and Space Conference*, Berlin, 2007.
- [12] H. C. Anh. *Modellierung der Partikelagglomeration im Rahmen des Euler/Lagrange-Verfahrens und Anwendung zur Berechnung der Staubabscheidung im Zyklon*. Dissertation, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, 2004.
- [13] A. Wick. *Ein numerisches Verfahren zur Strömungssimulation in zeitveränderlichen Gebieten mit integriertem Modul zur Gitternachführung*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2003.
- [14] H. Schlichting and E. Truckenbrodt. *Aerodynamik des Flugzeuges: Erster Band: Grundlagen aus der Strömungstechnik Aerodynamik des Tragflügels (Teil I)*. Springer, 3. Auflage, 2001.
- [15] J. W. Hutchinson and T. Y. Wu. *Advances in Applied Mechanics*, 31. Academic Press, California, USA, 1994.
- [16] Y. Nakamura, A. Leonard, and P. R. Spalart. Numerical simulation of vortex breakdown by the vortex-filament method. *Nasa technical memorandum 84334*, 1983.
- [17] K. Lasarsch. *Ringbuch VFW 614 - III - Aerodynamik*. 1973.
- [18] OpenVSP contributors. *Openvsp wiki*, 2020. url: <http://openvsp.org/wiki/doku.php>
- [19] M. Jiang, R. Machiraju, and D. Thompson. Detection and visualization of vortices. *The visualization handbook*, 2005.
- [20] T. Gerz, F. Holzäpfel, and D. Darracq. Commercial aircraft wake vortices. In *Progress in Aerospace Sciences*, 38(3), 2002, S.181–208.
- [21] T. Heintsch. Beiträge zur Modellierung von Wirbelschleppen zur Untersuchung des Flugzeugverhaltens beim Landeanflug. *ZLR-Forschungsbericht 94-07*. Braunschweig, 1994.