

VERBESSERTE VORAUSLEGUNG DES KERNTRIEBWERKS MITHILFE VON KASKADIERTEN OPTIMIERUNGSPROZESSEN

S. Extra, BTU Cottbus-Senftenberg, Siemens-Halske-Ring 14, 03046 Cottbus, Deutschland
M. Hendler, BTU Cottbus-Senftenberg, Siemens-Halske-Ring 14, 03046 Cottbus, Deutschland
D. Bestle, BTU Cottbus-Senftenberg, Siemens-Halske-Ring 14, 03046 Cottbus, Deutschland
P. Flassig, Rolls-Royce Deutschland Ltd & Co KG, Eschenweg 11, 15827 Blankenfelde-Mahlow, Deutschland

Kurzfassung

Das derzeit übliche Vorgehen bei den Triebwerksherstellern zur Vorauslegung des Kerntriebwerks basiert auf der Optimierung von Komponenten durch Fachabteilungen mit festgelegten Schnittstellen. Dies schränkt jedoch den Entwurfsraum des Kerntriebwerks stark ein und erlaubt keinerlei Aussage über den Einfluss von beispielsweise Schnittstellenfestlegungen auf das Gesamtergebnis. Um diese Einschränkungen zu überwinden und damit den Entwurfsraum deutlich zu erweitern, wird im vorliegenden Beitrag eine Strategie für die gekoppelte Kerntriebwerksoptimierung entworfen und getestet. Hierzu werden Komponentenoptimierungsprozesse kaskadiert, um das Entstehen einer komplexen, auf starken Abhängigkeiten basierenden Gesamtoptimierung zu vermeiden. Diese kaskadierte, durch einen globalen Optimierer koordinierte Strategie erzielt eine Verbesserung hinsichtlich der Gesamteffizienz und der Emissionen des Kerntriebwerks unter Verwendung existierender Prozesse für die Auslegung der Einzelkomponenten.

Schlüsselwörter: *Triebwerksauslegung, Optimierung*

1. EINLEITUNG

In der Kerntriebwerksvorauslegung werden nach dem derzeitigen Stand der Technik die einzelnen Komponenten des Kerntriebwerks, d.h. Verdichter (V), Brennkammer (B) und Hochdruckturbine (T), unabhängig voneinander ausgelegt und optimiert. Hierzu werden die Schnittstellen zwischen den Komponenten im Vorfeld mittels einer thermodynamischen Leistungsrechnung definiert und dann im gesamten weiteren Entwicklungsprozess konstant gehalten. Dies ermöglicht eine getrennte Auslegung aller Komponenten durch die entsprechenden Fachabteilungen, wobei durch Einhaltung der Schnittstellenfestlegungen ein konsistenter Entwurf für das Kerntriebwerk entsteht, welcher dann mit höherwertigen Entwurfsmethoden, zum Beispiel 3D-CFD (Computational Fluid Dynamics), weiter analysiert werden kann.

Dieser Ansatz liefert zwar gute Optimierungsergebnisse für die einzelnen Entwurfsprobleme der Komponenten, jedoch keinerlei Aussage über die Qualität der Schnittstellen. Dies ist problematisch, da sich die Bewertung der Schnittstellen durch den Einsatz detaillierterer Auslegungsprozesse ändern kann, was eine Anpassung nötig machen würde. Um dieses Problem zu lösen, wird hier eine Methode zur Kerntriebwerksvorauslegung vorgestellt, welche be-

reits existierende Komponentenoptimierungsprozesse zu einem holistischen Gesamtprozess koppelt, der in der Lage ist, das Kerntriebwerk in Hinblick auf ein Gesamtauslegungsziel zu optimieren. Dies wird durch das Freigeben der Schnittstellen zur Anpassung durch einen übergeordneten globalen Optimierer erreicht.

Die Methode basiert auf Veröffentlichungen von Sobieszcanski-Sobieski [1], in denen kaskadierte, nicht-hierarchische Verfahren zur Lösung komplexer Optimierungsproblemstellungen mit verschiedenen, nicht direkt gekoppelten, sondern nur koordinierten Komponenten beschrieben werden. Aus der beschriebenen Methode der Dekomposition lassen sich eine Reihe von Verfahren zur Koordinierung ableiten. Diese unterscheiden sich in der Arbeitsteilung zwischen globaler Optimierung und den lokalen Optimierungsprozessen sowie der Art, wie die Konsistenz des Gesamtsystems sichergestellt wird. Im Rahmen dieser Veröffentlichung wird die Methode der Collaborative Optimization (CO) präferiert, welche als Verallgemeinerung der Bilevel Integrated System Synthesis (BLISS) [2] einige Vorteile bietet und in [3] eine hohe Leistungsfähigkeit für ein repräsentatives analytisches Testproblem gezeigt hat.

Die hier verwendete Variante der CO nutzt für den

Koordinierungsschritt auf Systemebene Antwortflächen. Dies hat sich in verschiedenen Anwendungsfällen [4], [5] als zu bevorzugende Variante gegenüber der ursprünglichen Formulierung gezeigt. Dadurch ist der Auswertungsschritt des globalen Optimierers bei der Kandidatensuche mit nur wenig Rechenaufwand verbunden, was die Auswertung einer Vielzahl von Punkten ermöglicht, wodurch wiederum Konvergenzprobleme nahe des Optimums umgangen werden. Des Weiteren werden die verrauschten Ergebnisdaten der Komponenten mit einem inhärent glatten Modell abgebildet, vgl. [4].

Es existieren zwei grundsätzliche Methoden, Antwortflächen in der CO aufzubauen: Im ersten Fall bildet die Antwortfläche die Ergebnisse der Komponentenanalyse ab und der Komponentenoptimierer sucht auf Basis dieser Antwortfläche. Alternativ können statt der Analyseergebnisse nur die Optimierungsergebnisse der Subsysteme mit einer Antwortfläche repräsentiert werden. Dies ist vorteilhaft, da die Ergebnisse der Optimierung allgemein eine deutlich geringere Dimension als die Analysedaten aufweisen, weswegen der Rechenaufwand für die Erstellung der Antwortflächen deutlich geringer ist. Der Systemoptimierer sucht dadurch schneller und effizienter.

Allen Varianten der CO ist gemein, dass sie die flexible Einbindung von Komponentenoptimierungsprozessen verschiedener Detaillierung ermöglichen, die von einfachen Datentabellen über thermodynamische Berechnungen bis hin zu komplexen 3D-CFD-Analysen reichen können. Des Weiteren können alle Komponentenoptimierungen parallel ausgeführt werden, da alle Kopplungsgrößen vom globalen Optimierer vorgegeben werden und nur deren Einhaltung überwacht werden muss. Es werden also zwischen den Komponenten keine Daten direkt ausgetauscht. Dies ermöglicht im Falle von komplexen Subsystemoptimierungsprozessen einen erheblichen Laufzeitvorteil gegenüber einer sequenziellen Ausführung.

Für die CO existieren eine Vielzahl an Beispielen, in denen die Methode auf komplexe Probleme, speziell auch im Bereich der Luft- und Raumfahrt, erfolgreich angewandt wurde. Auszugsweise seien hier die Optimierung eines Startsystems für die Raumfahrt [6], die Optimierung einer Tragflächensektion mithilfe von Antwortflächen [5] sowie die Verbesserung einer Organisationsstruktur von Fachabteilungen [7] genannt. Eine Anwendung der CO auf gekoppelte Komponenten eines Triebwerks wurde von Lockan untersucht [8].

2. PROBLEMFORMULIERUNG FÜR EINE GANZHEITLICHE KERNTRIEBWERKS-OPTIMIERUNG

Ein Ziel der Kerntriebwerksoptimierung ist die Verbesserung seines Wirkungsgrades, der vereinfacht als

Produkt

$$(1) \quad \eta = \eta_V \eta_B \eta_T$$

der Komponentenwirkungsgrade für Verdichter (η_V), Brennkammer (η_B) und Turbine (η_T) definiert werden kann. Ein weiteres Ziel dieses mehrkriteriellen Optimierungsproblems ist der sogenannte Emissions-Index

$$(2) \quad E_I = \frac{m_{NO_x} + m_{CO} + m_{UHC}}{m_{Fuel}},$$

welcher die Masse an ausgestoßenen Stickoxiden (m_{NO_x}), Kohlenstoffmonoxid (m_{CO}) und unverbrannten Kohlenwasserstoffen (m_{UHC}) auf die Treibstoffmenge (m_{Fuel}) bezieht. Dieser Wert ist für die Zulassung relevant und für vorab definierte Flugzustände von der ICAO (International Civil Aviation Organization) vorgegeben [9]. Diese Zielfunktionen sind an die in [10] genutzten angelehnt, werden aber im Rahmen dieser Veröffentlichung um eine globale Nebenbedingung erweitert.

Für die Optimierung als Gesamtproblem müssen zunächst die Schnittstellen zwischen den Komponenten des Kerntriebwerks definiert werden. Hierbei muss die Definition eine generische Formulierung des Prozesses ermöglichen, also in der Lage sein, Kopplungen zwischen Komponenten verschiedenen Detaillierungsgrades abzubilden. Des Weiteren muss auch eine passende Definition für die genutzten Komponentenprozesse gewählt werden.

Abbildung 1 zeigt das Kopplungsschema für das Kerntriebwerk mit allen Eingangs-, Ausgangs- und Kopplungsgrößen. Aus den Flugbedingungen ergeben sich die Eintrittsgrößen

$$(3) \quad \mathbf{y}_2 = [\dot{m}_2, p_{t2}, T_{t2}]^T$$

in das Kerntriebwerk und die Austrittsgrößen \mathbf{y}_5 am Übergang zur Niederdruckturbine. Die vorgegebenen Eintrittsgrößen sind der Massenstrom \dot{m}_2 sowie Totaldruck p_{t2} und -temperatur T_{t2} für den Verdichter. Weitere Eingangsgrößen in den Verdichterauslegungsprozess sind globale Geometrieparameter

$$(4) \quad \mathbf{x}_V^S = [l_{SD}, l_V, h_{PD}, r_{PD}, l_{PD}]^T$$

wie die axiale Länge des Schwanenhalses l_{SD} und die Gesamtlänge des Verdichters l_V sowie Höhe h_{PD} , mittlerer Radius r_{PD} und Länge des Prediffusors l_{PD} . Die lokalen Verdichterparameter für die Geometrie des Ringraums und der Schaufelverteilung sowie für aerodynamische Belastungsgrößen werden im lokalen Entwurfsvektor

$$(5) \quad \mathbf{x}_V^L \in \mathbb{R}^{57}$$

zusammengefasst. Die Größen beider Vektoren (4) und (5) lassen sich im Rahmen einer Optimierung

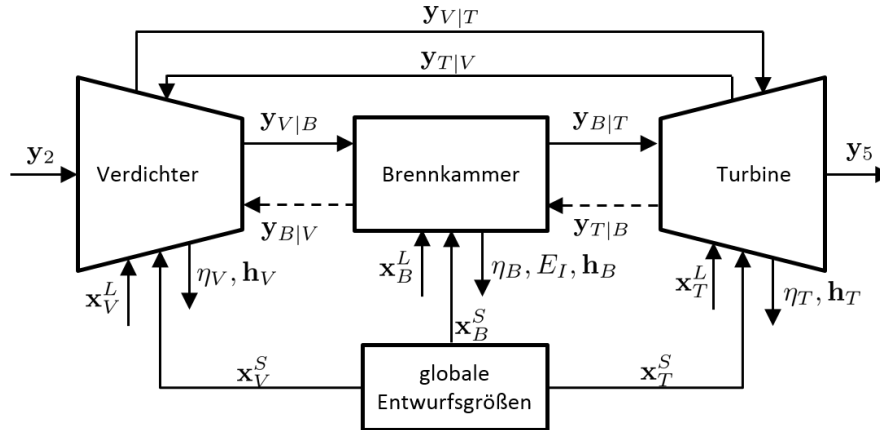


Abbildung 1: Kopplungsschema für das zu optimierende Kerntriebwerk mit den hier berücksichtigten (\rightarrow) und nicht berücksichtigten (\dashrightarrow) Abhängigkeiten

als Entwurfsvariablen verwenden, um das Kerntriebwerk zu optimieren. Zusätzlich werden dem Verdichter Kopplungsgrößen

$$(6) \quad \mathbf{y}_{T|V} = [P_{HP}]$$

von der Hochdruckturbine in Form der Wellenleistung P_{HP} zurück übergeben.

Auf Basis dieser Eingabegrößen wird in der Verdichterkomponente mithilfe eines eindimensionalen Strömungslösers der polytrope Wirkungsgrad η_V berechnet. Dieser steht dann als Ausgabegröße für die globale Optimierung zur Verfügung. Weitere Ausgabegrößen dieser Rechnung sind die Nebenbedingungen \mathbf{h}_V , welche die Einhaltung zahlreicher Strömungsparameter im Ringraum widerspiegeln. Hierzu zählen die maximale Machzahl sowohl im Mittelschnitt, wie auch an besonders belasteten Stellen des Verdichters, wie zum Beispiel dem Eintritt in die erste Rotorstufe. Weitere betrachtete Größen sind die Belastung der Beschaukelung und das Maß der erträglichen Verzögerung in einer Schaufelreihe, abgebildet durch die de Haller Zahl. Schließlich sind die axiale Verteilung der Arbeitsumsetzung im Verdichter sowie geometrische Größen enthalten.

Die Brennkammer liegt stromab des Verdichters und erhält als Eingang die vom Verdichter berechneten Kopplungsgrößen

$$(7) \quad \mathbf{y}_{V|B} = [p_{30}, T_{i30}, M_{30}, \alpha_{ex}]^T,$$

im Besonderen den statischen Druck p_{30} , die Totaltemperatur T_{i30} , Austrittsmachzahl des Verdichters M_{30} sowie den Austrittsströmungswinkel α_{ex} am Verdichteraustritt. Weitere Eingangsgrößen sind die Brennkammerparameter

$$(8) \quad \mathbf{x}_B^S = [l_B, h_{PD}, r_{PD}, l_{PD}, h_{NGV}, r_{NGV}]^T,$$

welche den axialen Bauraum der Brennkammer l_B sowie die Höhe h_{PD} , mittleren Radius r_{PD} und Länge l_{PD} des Prediffusors festlegen. Darüber hinaus

sind Höhe h_{NGV} und mittlerer Radius r_{NGV} des Turbinenleitrads enthalten. Zusammen mit den lokalen Entwurfsvariablen der Brennkammer

$$(9) \quad \mathbf{x}_B^L \in \mathbb{R}^6,$$

welche die Verhältnisse der Verbrennungszonen sowie Luftverteilung in der Brennkammer festlegen, bilden sie auch potenzielle Entwurfsvariablen für den Gesamtoptimierungsprozess.

Die Berechnung der Ausgabe- und Kopplungsgrößen findet in der Brennkammer auf Basis eines empirischen Vorauslegungsprozesses statt, der durch einen Strömungslöser unterstützt wird. Die Ausgabegrößen der Brennkammer sind ihr lokaler Wirkungsgrad η_B , der Emissions-Index E_I , sowie Nebenbedingungswerte \mathbf{h}_B . Die Brennkammerauslegung basiert vor allem auf der Bestimmung der Luftverteilungen im Inneren der Brennkammer. Hierbei werden auf Basis der Geometrie der Strömungskanäle ober- und unterhalb des Flammrohrs sowie des Flammrohrs selbst die Druckverluste und Machzahlverteilungen berechnet. Aus diesen und der Geometrie der Kühlluftbohrungen im Flammrohr leiten sich die Volumenverhältnisse der drei Verbrennungszonen ab. Dies wiederum hat erheblichen Einfluss auf die Qualität und Stabilität der Verbrennung und schließlich auf die Entstehung von Emissionen sowie die Effizienz.

Die Turbine schließt das Kerntriebwerk ab und erhält als Eingabewerte die Hochdruckwellendrehzahl

$$(10) \quad \mathbf{y}_{V|T} = [n_{HP}]$$

als Kopplungsgröße zwischen Verdichter und Turbine, sowie die Kopplungsgrößen zwischen Brennkammer und Turbine

$$(11) \quad \mathbf{y}_{B|T} = [p_{i40}, T_{i40}]^T$$

mit Totaldruck p_{i40} und -temperatur T_{i40} am Brennkammeraustritt. Des Weiteren enthält sie als globale

Systemparameter

$$(12) \quad \mathbf{x}_T^S = [l_T, h_{NGV}, r_{NGV}]^T$$

die axiale Baulänge der Turbine l_T sowie Höhe h_{NGV} und mittleren Radius r_{NGV} des Turbinenleittrads. Die lokalen Entwurfparameter der Turbinenkomponente

$$(13) \quad \mathbf{x}_T^L \in \mathbb{R}^{35}$$

dienen zusammen mit (12) als Entwurfsvariablen. Ausgabegrößen der Turbine sind der polytrope Wirkungsgrad η_T , Nebenbedingungen \mathbf{h}_T , Wellenleistung (6) und der Ausgangsvektor

$$(14) \quad \mathbf{y}_5 = [p_{t5}, T_{t5}, M_5]^T$$

mit Totaldruck p_{t5} , Totaltemperatur T_{t5} und Machzahl M_5 . Sie werden in der Komponente mit einem eindimensionalen Strömungslöser berechnet, welcher dem im Verdichter genutzten sehr ähnlich ist. Die Nebenbedingungen beinhalten Beschränkungen der Verteilung der Arbeitsumsetzung zwischen den Stufen sowie der aerodynamischen Belastung der Schaufeln.

Aufgrund der Kopplungen besitzt das dargestellte Kerntriebwerksmodell eine Vielzahl an Abhängigkeiten zwischen den Komponenten, die sich im Prinzip als nichtlineares Gleichungssystem schreiben lassen:

$$(15) \quad \begin{aligned} [\eta_V, \mathbf{h}_V^T, \mathbf{y}_{V|B}^T, \mathbf{y}_{V|T}^T]^T &= \mathbf{f}_V(\mathbf{y}_2, \mathbf{x}_V^L, \mathbf{x}_V^S, \mathbf{y}_{T|V}), \\ [\eta_B, \mathbf{h}_B^T, E_I, \mathbf{y}_{B|T}^T]^T &= \mathbf{f}_B(\mathbf{x}_B^L, \mathbf{x}_B^S, \mathbf{y}_{V|B}), \\ [\eta_T, \mathbf{h}_T^T, \mathbf{y}_{T|V}^T, \mathbf{y}_5^T]^T &= \mathbf{f}_T(\mathbf{x}_T^L, \mathbf{x}_T^S, \mathbf{y}_{B|T}, \mathbf{y}_{V|T}). \end{aligned}$$

Dieses wäre für jede einzelne Analyse des Kerntriebwerks zu lösen. Darüber hinaus muss als Lösung des Optimierungsproblems ein Satz lokaler und gemeinsamer Entwurfsvariablen

$$(16) \quad \mathbf{x}_g = [\mathbf{x}_V^{L^T}, \mathbf{x}_B^{L^T}, \mathbf{x}_T^{L^T}, \mathbf{x}_V^{S^T}, \mathbf{x}_B^{S^T}, \mathbf{x}_T^{S^T}]^T$$

gefunden werden, der den Wirkungsgrad (1) maximiert und den Emissions-Index (2) minimiert. Dies lässt sich als mehrkriterielles Gesamtoptimierungsproblem

$$(17) \quad \min_{\mathbf{x}_g \in X_G} \begin{bmatrix} -\eta \\ E_I \end{bmatrix} \quad \text{mit} \\ X_G = \{ \mathbf{x}_g \in \mathbb{R}^{118} \mid \mathbf{h}(\mathbf{x}_g) \leq \mathbf{0}, \mathbf{x}_g^u \leq \mathbf{x}_g \leq \mathbf{x}_g^o \}$$

formulieren. Dabei ist allerdings unwahrscheinlich, dass für das komplexe Gesamtsystem in akzeptabler Zeit eine zulässige Lösung gefunden wird. Dies liegt daran, dass bei gleichzeitiger Optimierung aller lokalen Variablen ein hochdimensionaler Suchraum entsteht. Im konkreten Beispiel können in den obigen

Formulierungen der Komponentenprozesse die lokalen Variablen (5), (9) und (13) jedoch auch jeweils unabhängig von den anderen lokalen Entwurfsgrößen festgelegt werden. Um diese lokalen und globalen Entwurfsvariablen aus dem Systemoptimierungsproblem fernzuhalten und trotzdem den Gesamtzusammenhang zu erhalten wird im Folgenden eine kaskadierte Formulierung der Problemstellung gewählt.

3. KASKADIERTE OPTIMIERUNGSTRATEGIE FÜR DAS KERNTRIEBWERK

In einer kaskadierten Optimierung werden die Komponenten mit einem Höchstmaß an Autonomie optimiert, während die Konsistenz des Systems trotzdem sichergestellt wird. Dies wird durch die Vorgabe der Kopplungsgrößen an den Übergängen durch einen übergeordneten, globalen Optimierer gewährleistet. Ob die Vorgaben dann auch tatsächlich durch die Komponentenprozesse erfüllt werden können, wird durch Bewertungsfunktionen beurteilt. Die Aufgabe der lokalen Optimierungen ist es, die Differenz zwischen errechneten und vorgegebenen Werten zu minimieren, während der globale Optimierer die Vorgaben so anpasst, dass sie auch erfüllbar sind. Der globale Optimierer sorgt zusätzlich für Verbesserungen in Systemgütefunktionen, währenddessen die Komponentenoptimierungen den Anforderungen der lokalen Nebenbedingungen genügen. Damit werden gleichzeitig Systemkonsistenz und lokale Validität der Komponenten angestrebt. Hier wird eine Formulierung der CO nach [11] genutzt, die jedoch in Details davon abweicht, wie im Folgenden erläutert wird.

3.1 Systemoptimierung mittels CO

Die Systemzielfunktion für das gekoppelte Kerntriebwerksoptimierungsproblem, auf das die oben beschriebene CO angewandt wird, ist definiert als

$$(18) \quad f_S(\tilde{\mathbf{x}}_{CO}) = w^S E_I^*(\tilde{\mathbf{x}}_{CO}) - (1 - w^S) \eta^*(\tilde{\mathbf{x}}_{CO}).$$

Hierbei sind η^* und E_I^* die optimalen Rückgabewerte der Komponentenoptimierungen und analog zu (1) und (2) definiert. Die Systemoptimierung ist aufgrund des verwendeten effizienten Optimierungsalgorithmus als skalarisiertes Problem beschrieben und nutzt ein vorgegebenes globales Gewicht w^S , welches während der Optimierung konstant bleibt. Durch Variation von w^S können mehrere Pareto-optimale Lösungen des Optimierungsproblems erfasst werden. Mit den Vorgabewerten (\bullet) für globale Entwurfsvariablen und Koppelgrößen sowie einem Gewicht w für das Mehrkriterienproblem der Brennkammer ist der Systementwurfsvektor

$$(19) \quad \tilde{\mathbf{x}}_{CO} = [\tilde{\mathbf{x}}_V^{S^T}, \tilde{\mathbf{x}}_B^{S^T}, \tilde{\mathbf{x}}_T^{S^T}, \tilde{\mathbf{y}}_{V|T}^T, \tilde{\mathbf{y}}_{V|B}^T, \tilde{\mathbf{y}}_{B|T}^T, \tilde{\mathbf{y}}_{T|V}^T, w]^T.$$

Damit lautet das Gesamtoptimierungsproblem in der Formulierung einer CO

(20)

$$\min_{\tilde{\mathbf{x}}_{CO} \in X_{CO}} f_S(\tilde{\mathbf{x}}_{CO}) \text{ mit}$$

$$X_{CO} = \left\{ \tilde{\mathbf{x}}_{CO} \in \mathbb{R}^{17} \left| \begin{bmatrix} f_V(\mathbf{x}_V^*) - \varepsilon_V \\ f_B(\mathbf{x}_B^*) - \varepsilon_B \\ f_T(\mathbf{x}_T^*) - \varepsilon_T \\ \hat{m}_{CE} - m_{CE,ref} \end{bmatrix} \leq \mathbf{0}, \right. \right. \\ \left. \left. \tilde{\mathbf{x}}_{CO}^u \leq \mathbf{x}_{CO} \leq \tilde{\mathbf{x}}_{CO}^o \right\}.$$

Die Nebenbedingungen enthalten Rückgabewerte der Komponentenoptimierungen f_V, f_B, f_T die zum Ausdruck bringen, wie sehr die optimalen Ergebnisse $\mathbf{x}_V^*, \mathbf{x}_B^*, \mathbf{x}_T^*$ der Komponenten die globalen Forderungen erfüllen, wodurch die Systemkonsistenz erzwungen wird. Als weitere globale Nebenbedingung darf die vorhergesagte Masse \hat{m}_{CE} der aktuellen Konfiguration die Masse der Referenzkonfiguration $m_{CE,ref}$ nicht überschreiten, d.h.

$$(21) \quad \hat{m}_{CE} - m_{CE,ref} \leq 0.$$

Details zu diesen Funktionen sind im Kapitel 4 zu finden.

3.2 Aufbau der Systemoptimierung mittels CO

Die in [3] angestellten umfangreichen Voruntersuchungen mithilfe eines repräsentativen thermodynamischen Modells für das Kerntriebwerk zeigen, dass die Collaborative Optimization ein leistungsfähiges, gut parallelisierbares Verfahren für die Optimierung kaskadierter Systeme ist. Sein Gesamttablauf ist in Abb. 2 dargestellt.

Da die Optimierung des Kerntriebwerks auf einer Referenzlösung basiert, wird von dieser ausgehend zunächst eine DoE (Design of Experiments) erzeugt. Für jeden Punkt der DoE werden anschließend parallel die Komponentenoptimierungsprozesse gestartet. Mit den daraus entstehenden lokal optimalen Lösungen werden eine statische Antwortfläche für die Massenabschätzung sowie initiale dynamische Antwortflächen für die $n_{Ziel} = 3$ Komponenten des Kerntriebwerks erstellt. Die Antwortflächen werden dann genutzt, um mit dem MSRS-Optimierungsalgorithmus (Multistart Stochastic Response Surface) [12] auf ihnen Kandidatenpunkte zu vergleichen und vielversprechende Kandidaten für die weiterführende Suche zu erhalten. Aus der Antwortfläche der Massenabschätzung leitet sich eine der Systemnebenbedingungen ab, aus den anderen die Zielfunktionen. Die Auswahl der Kandidatenpunkte für die Optimierung mittels der Komponentenoptimierungsprozesse basiert

auf einer Wichtungsfunktion. Zur Auswahl eines neuen Kandidatenpunkts werden zunächst auf der Antwortfläche ein Satz normalverteilter Punkte evaluiert, die im Umkreis des bisherigen Bestpunkts liegen. Für jeden dieser Punkte wird die approximierte Zielfunktion sowie der Abstand zu allen bisher berechneten Punkten bestimmt. Der Einfluss von Zielfunktion und Abstand wird über Gewichte gesteuert, die statisch sein können oder im Verlauf der Optimierung dynamisch angepasst werden. Die Gewichte entscheiden darüber, ob die Suche des Algorithmus eher globalen oder lokalen Charakter hat. Ist der Kandidatenpunkt mit dem besten Ergebnis der Wichtungsfunktion gefunden, wird er mithilfe der Komponentenoptimierungsprozesse optimiert. Die derart erhaltenen Werte werden dann genutzt, um die Antwortflächen der Zielfunktionen zu aktualisieren und daraufhin erneut einen Bestpunkt zu wählen. Dies wird so lange fortgesetzt, bis keine Verbesserung mehr gefunden wird oder eine maximale Anzahl an Iterationen erreicht ist.

Für die globale Optimierung von (20) wird eine Penalty-Strategie verwendet:

(22)

$$\min \bar{f}_S \text{ mit}$$

$$\bar{f}_S := \begin{cases} f_S & \text{falls } \max(f_i^* - \varepsilon_i) \leq 0, \\ f_S + \sum \max(0; f_i^* - \varepsilon_i)^2 & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$f_i^* = f_i(\mathbf{x}_i^*), i \in \{V, B, T\}.$$

4. TEILPROZESSE

Im Folgenden werden die verwendeten Komponentenprozesse der Kerntriebwerksoptimierung kurz beschrieben. Die Entwicklung dieser ist eingehend in [13] und [14] dargestellt.

4.1 Verdichteroptimierung

Die Optimierungsproblemstellung der Verdichterkomponente mit dem lokalen Entwurfsvektor \mathbf{x}_V^L ist definiert als

(23)

$$\max_{\mathbf{x}_V \in X_V} \eta_V \text{ mit}$$

$$X_V = \left\{ \mathbf{x}_V \in \mathbb{R}^{63} \left| \begin{bmatrix} \mathbf{h}_V(\mathbf{x}_V) \\ f_V(\mathbf{x}_V) - \varepsilon_V \end{bmatrix} \leq \mathbf{0}, \mathbf{x}_V^u \leq \mathbf{x}_V \leq \mathbf{x}_V^o \right. \right\}.$$

Das zu maximierende Ziel ist der polytrope Verdichtewirkungsgrad η_V . Die durch die CO notwendige Nebenbedingung zur Erzwingung der Systemkonsistenz

$$(24) \quad f_V(\mathbf{x}_V) = \|\mathbf{x}_S^V(\mathbf{x}_V) - \tilde{\mathbf{x}}_S^V\|_2$$

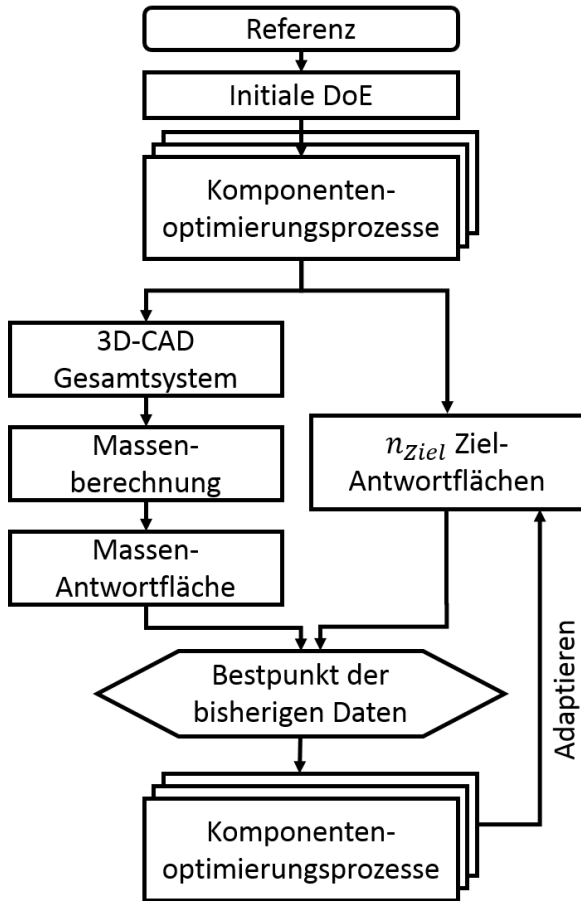


Abbildung 2: Iterative Gesamtoptimierung

nutzt die Abweichung der errechneten lokalen Werte $\mathbf{x}_S^V(\mathbf{x}_V)$ von den vom globalen Optimierer vorgegebenen Werten $\tilde{\mathbf{x}}_S^V$. Die für den Verdichterprozess relevanten Vorgaben

$$(25) \quad \tilde{\mathbf{x}}_S^V = [\tilde{\mathbf{x}}_V^{S^T}, \tilde{\mathbf{y}}_{V|B}^T, \tilde{\mathbf{y}}_{V|T}^T, \tilde{\mathbf{y}}_{T|V}^T]^T$$

sind eine Auswahl der Werte des Systementwurfsvektors (19), soweit sie die Verdichterkomponente betreffen. Insbesondere sind dies die für die Verdichterkomponente relevanten Systemparameter (4) sowie Kopplungsgrößen mit Beteiligung des Verdichters (7), (10) und (6). Die Entwurfsvariablen

$$(26) \quad \mathbf{x}_V = [\mathbf{x}_V^{L^T}, \mathbf{x}_V^{S^T}, \mathbf{y}_{T|V}^T]^T$$

der Komponenteoptimierung (23) sind neben dem lokalen Entwurfsvektor (5) zusätzlich Verdichterbeeinflussende Systemparameter (4) und der Kopplungseingang (6), die lokal geringfügig angepasst werden können. Als lokale Nebenbedingungen

$$(27) \quad \mathbf{h}_V \in \mathbb{R}^{36}$$

werden wie in Kapitel 2 beschrieben die Diffusionszahl, die Haller Zahl, das Längen-Seitenverhältnis,

der Pumpgrenzenabstand und verschiedene Machzahlen im Verdichter berücksichtigt.

4.2 Brennkammeroptimierung

Der Brennkammeroptimierungsprozess basiert auf Arbeiten von Angersbach [15], welche in [13] und [14] erweitert und für die Nutzung im Kerntriebwerksoptimierungsprozess angepasst wurden. Die Brennkammerkomponente optimiert den Brennkammerwirkungsgrad und Emissions-Index als skalarisiertes Optimierungsproblem:

(28)

$$\min_{\mathbf{x}_B \in X_B} wE_I - (1-w)\eta_B \text{ mit}$$

$$X_B = \left\{ \mathbf{x}_B \in \mathbb{R}^{16} \mid \begin{bmatrix} \mathbf{h}_B(\mathbf{x}_B) \\ f_B(\mathbf{x}_B) - \varepsilon_B \end{bmatrix} \leq \mathbf{0}, \mathbf{x}_B^u \leq \mathbf{x}_B \leq \mathbf{x}_B^o \right\}$$

mit der für die Kopplung nötigen Nebenbedingung

$$(29) \quad f_B(\mathbf{x}_B) = \|\mathbf{x}_S^B(\mathbf{x}_B) - \tilde{\mathbf{x}}_S^B\|_2.$$

Diese bewertet die Abweichungen der errechneten Werte von den Vorgaben

$$(30) \quad \tilde{\mathbf{x}}_S^B = [\tilde{\mathbf{x}}_B^{S^T}, \tilde{\mathbf{y}}_{V|B}^T, \tilde{\mathbf{y}}_{B|T}^T]^T$$

an die Brennkammerparameter (8) sowie die Kopplungsgrößen (7) und (11). Der Entwurfsvektor der lokalen Optimierung

$$(31) \quad \mathbf{x}_B = [\mathbf{x}_B^{L^T}, \mathbf{x}_B^{S^T}, \mathbf{y}_{V|B}^T]^T$$

enthält neben den lokalen Brennkammerentwurfsvariablen (9) die Brennkammerrelevanten in der CO lokal geringfügig anpassbaren Brennkammerrelevanten Systemparameter (8) und Kopplungen (7).

4.3 Turbinenoptimierung

Die Turbinenoptimierung hat den maximalen polytrophen Wirkungsgrad der Hochdruckturbinen zum Ziel:

(32)

$$\max_{\mathbf{x}_T \in X_T} \eta_T \text{ mit}$$

$$X_T = \left\{ \mathbf{x}_T \in \mathbb{R}^{41} \mid \begin{bmatrix} \mathbf{h}_T(\mathbf{x}_T) \\ f_T(\mathbf{x}_T) - \varepsilon_T \end{bmatrix} \leq \mathbf{0}, \mathbf{x}_T^u \leq \mathbf{x}_T \leq \mathbf{x}_T^o \right\}.$$

Neben lokalen Nebenbedingungen \mathbf{h}_T an die Turbinen entsprechend Kapitel 2 sorgt die Berücksichtigung von

$$(33) \quad f_T(\mathbf{x}_T) = \|\mathbf{x}_S^T(\mathbf{x}_T) - \tilde{\mathbf{x}}_S^T\|_2$$

für die Einhaltung der Systemkonsistenz. Analog zu

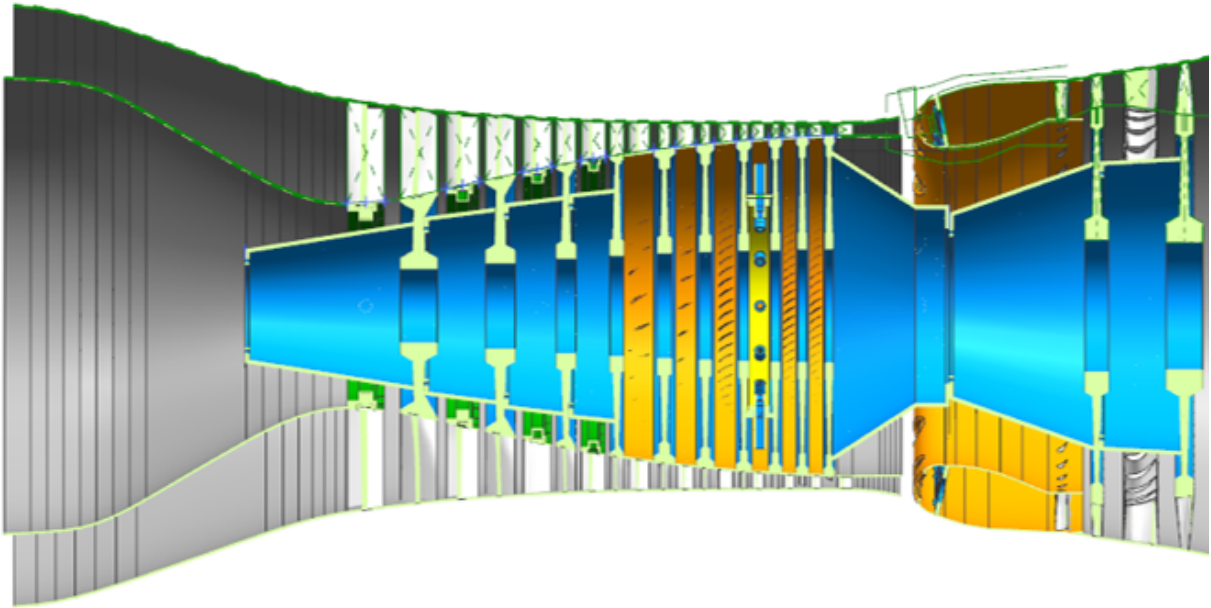


Abbildung 3: Stark vereinfachte 3D-CAD-Darstellung des Kerntriebwerks für die Massenabschätzung für eine optimierte Konfiguration

den vorhergehenden Formulierungen bewerten sie die Unterschiede zu den Vorgaben

$$(34) \quad \tilde{\mathbf{x}}_S^T = \left[\tilde{\mathbf{x}}_T^T, \tilde{\mathbf{y}}_{T|V}^T, \tilde{\mathbf{y}}_{V|T}^T, \tilde{\mathbf{y}}_{B|T}^T \right]^T$$

an das den Turbinenprozess. Die lokalen Entwurfsvariablen sind

$$(35) \quad \mathbf{x}_T = \left[\mathbf{x}_T^{I^T}, \mathbf{x}_T^{S^T}, \mathbf{y}_{V|T}^T, \mathbf{y}_{B|T}^T \right]^T.$$

4.4 CAD-basierte Massenabschätzung

Die Gesamtmasse des Triebwerks stellt eine wichtige Rahmenbedingung bei der Auslegung dar. Daher ist es vorteilhaft, sie so früh wie möglich im Auslegungsprozess zu berücksichtigen. Der Beitrag der einzelnen Komponenten zur Triebwerksmasse ist recht unterschiedlich. Der Verdichter ist zwar aus verhältnismäßig leichten Legierungen aufgebaut, besitzt aber wegen der vielen Stufen entsprechend viele, mechanisch hoch belastete und damit schwere Scheiben. Die Brennkammer hingegen ist zwar aus hochwarmfesten Nickellegierungen hoher Dichte aufgebaut, trägt aber verhältnismäßig geringe mechanische Lasten und enthält keine durch rotatorische Lasten beaufschlagte Bauteile. Die Turbine trägt die höchsten thermomechanischen Lasten des Kerntriebwerks und ist daher aus besonders festen und schweren Legierungen aufgebaut, sie baut allerdings aufgrund der hohen Stufenarbeit sehr kompakt und trägt daher verhältnismäßig wenig zur Gesamtmasse bei. Da eine solche qualitative Abschätzung jedoch

nicht ausreichend ist und im Verlauf der Kerntriebwerksoptimierung die Längen der Komponenten verändert werden, ist eine Bewertung der Gesamtmasse nur mit ganzheitlichen CAD-Modellen möglich.

Die Einbindung der Massenabschätzung in den Gesamtprozess ist in Abbildung 2 dargestellt. Hierbei werden die Ergebnisse der initialen DoE genutzt, um einen Satz an 3D-CAD-Modellen zu erstellen und aus den verschiedenen Massen eine Antwortfläche aufzubauen. Der Aufbau vereinfachter Triebwerksgeometrien (Abb. 3) erfolgt hier im CAD-System Siemens NX, das durch Zuordnung von Materialdaten zu einzelnen Bauteilen dann sehr schnell die Masse extrahieren kann.

Basis für die CAD-Modelle sind die Ein- und Auslasskoordinaten des Kerntriebwerks sowie die Splines für Naben- und Gehäusekonturen. Dabei ist vorteilhaft, dass alle Komponentenprozesse so parametrisiert sind, dass der Gaspfad jeweils als Spline bereitgestellt wird, Abb. 3. Des Weiteren werden aus den optimierten Schaufeldimensionen für Verdichter und Turbine Schaufelmodelle erstellt, die zwar stark vereinfacht sind, jedoch trotzdem die Masse der Schaufeln zuverlässig repräsentieren. Aus den Splines wird die Gehäusekontur aufgebaut und im CAD-Programm mithilfe von sogenannten UDFs (User Defined Features) eine realistische, mit der Triebwerksgesamtgröße skalierende Wandstärke aufgebracht, Abb. 3. Zusätzlich zu den eingebrachten Schaufeln werden die Verdichtertrommel und -welle sowie der Vortex-Reducer auf Basis von UDFs vereinfacht modelliert. Hierbei skaliert die Dimension

der einzelnen Scheiben mit dem Gasfadinnendurchmesser, der Sehnenlänge der Schaufel und konstruktiv vorgegebenen Mindestradien. Auch hier wird kein finaler Entwurf dargestellt, sondern lediglich eine realistische Darstellung der wichtigsten Dimensionen und Dicken. Die so erstellten Scheiben werden durch Antriebsarme zu einer Verdichtertrommel zusammengefügt, wofür diese ebenso per UDF an die konstruktiv korrekten Stellen appliziert werden.

5. ERGEBNISSE DER KERNTRIEBWERKSOPTIMIERUNG

Die Gesamtoptimierung des Kerntriebwerks basiert auf einer Referenzkonfiguration eines industriellen Anwendungsbeispiels. Um die Wahrscheinlichkeit für zulässige Komponenteoptimierungen während der initialen DoE mit 50 Punkten zu erhöhen, ist die Varianz der Systemparameter gering gehalten. Die lokale Suche des MSRS-Optimierungsalgorithmus nutzt Einstellungen nach Tab. 1. Die normierten Werte der Zielfunktion (18) der global zulässigen Optimierungsergebnisse sind in Abbildung 4 über der Anzahl n der globalen Systemauswertungen der Optimierung (20) dargestellt. Sie sind auf den Wert der Zielfunktion $\bar{f}_{S,ref}$ der Referenzkonfiguration bezogen. Der Wert der Referenzkonfiguration ist als durchgezogene Linie bei $\bar{f}_S = 1.0$ markiert. Der Bestwert $\bar{f}_{S,DoE}^*$ der Zielfunktion in der DoE ist mit einem Sechseck markiert, der Bereich der DoE ist grau hinterlegt. Auf der Basis des Bestwerts erfolgt die Suche im Anschluss an die DoE, welche zum Bestpunkt der Optimierung \bar{f}_S^* führt, welcher mit einer Raute markiert ist.

Alle berechneten Punkte ergeben eine lokal valide Lösung, allerdings wird für die global nicht zulässigen Ergebnisse entweder die Systemkonsistenz-Nebenbedingung oder die Nebenbedingung der Masse verletzt, oder beide. Insgesamt erfüllen 41.56% der Ergebnisse alle Nebenbedingungen. Ein Ergebnis, das zusätzlich noch besser als die Referenzlösung ist, also $\bar{f}_S < \bar{f}_{S,ref}$, wird bei 21.0% der Rechnungen erzielt. Trotz der oben genannten Beschränkung des Suchraums können also hinreichend viele verbesserte Konfigurationen gefunden werden. Für die insgesamt 77 globalen Systemauswertungen und die

Tabelle 1: Einstellungen für die Systemoptimierung des Kerntriebwerks

Ω_r	0.2	Gewicht des Abstandskriteriums
Ω_n	0.8	Gewicht der Zielfunktion
$n_{g,DoE}$	50	Punktzahl der initialen DoE
$n_{g,max}$	300	maximale Anzahl von globalen Systemiterationen

Laufzeiten der Koordinierungsschritte ergibt sich eine Gesamtrechnzeit von 198h. Die Rechnung wird hier vor Erreichen von $n_{g,max}$ abgebrochen, da eine deutliche Verbesserung erreicht wurde und der Zeitaufwand bereits sehr hoch ist. Der Anteil der Koordinierungsschritte an der Gesamtlaufzeit ist dabei sehr klein. Für die Koordinierung werden durch das Extrahieren der Daten aus den Komponentenergebnissen und die Erzeugung der Antwortflächen ca. zwei Minuten benötigt.

Die Auswirkungen der Anpassung der Schnittstellengrößen durch den globalen Systemoptimierer werden im Folgenden anhand der Konfiguration am Bestpunkt der Optimierung diskutiert. Die Anpassungen sind vergleichend in Abbildung 5 dargestellt. Die Konfiguration am Bestpunkt zeigt einen gegenüber der Referenz deutlich gesteigerten Austrittsdruck des Verdichters bei gleichzeitig geringerer Austrittstemperatur. Dies folgt aus der verbesserten Komponenteneffizienz des Verdichters, die vor allem durch einen deutlichen Längenzuwachs des Verdichters gegenüber der Referenz zu erklären ist. Die Länge des Schwanenhalses wird hingegen gesenkt, was den Anteil der Beschauelung an der Verdichtertrommel weiter steigert. Zusammen zeigt dies den Einfluss der axialen Komponentenlänge auf den Verdichtereffizienzgrad, wobei die Umlenkung durch größere zur Verfügung stehende Sehnenlängen gesteigert werden kann. Im Verlauf der Optimierung wird der mittlere Radius am Verdichteraustritt durch den Systemoptimierer abgesenkt. Dies erzwingt eine Absenkung des Gaspfads über die gesamte Verdichtertrommel und somit ein geringeres Gesamtgewicht. Es ist deutlich zu sehen, dass die geometrischen Größen von der Nebenbedingung der Masse getrieben wer-

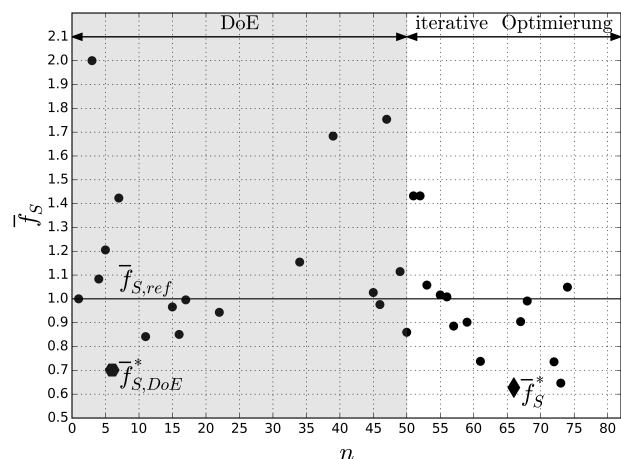


Abbildung 4: Zulässige Ergebnisse der Kerntriebwerksoptimierung mit Zielfunktion \bar{f}_S über der Anzahl n der globalen Systemauswertungen

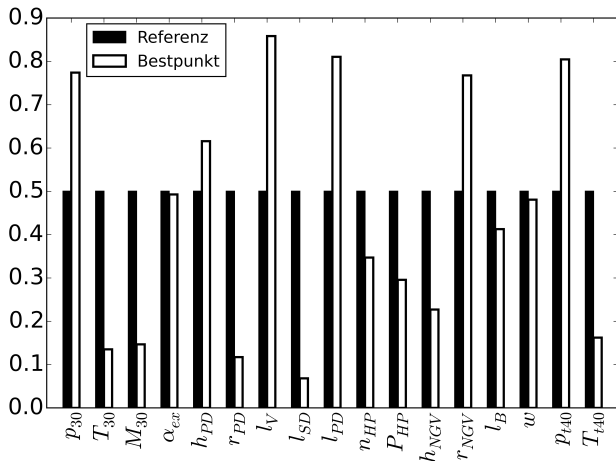


Abbildung 5: Vergleich der normierten Variablen für Referenz- und optimale Konfiguration

den. Die Auswirkungen der Reduktion des Radius auf die Strömung im Verdichter sind in den geringeren Blattspitzengeschwindigkeiten zu sehen, was sich positiv auf die Verluste im Verdichter auswirkt. Die Höhe des Strömungskanals am Verdichteraustritt wird gesteigert, was den Flächenverlust durch den gesunkenen mittleren Radius des Gaspfads kompensiert. Die Vorgabe für die Machzahl am Austritt aus dem Verdichter wird abgesenkt, dies ist durch die Steigerung des Austrittsdrucks und den längeren Prediffusor zu erklären. Eine steigende Länge des Prediffusors erlaubt bei gleicher Strömungsstabilität eine größere Austrittsfläche und damit Verzögerung.

Die in der Brennkammer realisierten geringen Druckverluste und der Anstieg des Verdichterausgangsdrucks sorgen für eine Steigerung des Brennkammeraustrittsdrucks durch den globalen Systemoptimierer. Die Turbineneintrittstemperatur hat grundsätzlich einen positiven Einfluss auf den thermodynamischen Wirkungsgrad des Kerntriebwerks. Im vorliegenden Fall wird die Temperaturvorgabe trotzdem vom Systemoptimierer gesenkt, was allerdings durch den Einfluss des Emissions-Index als globale Zielgröße erklärt werden kann. Dessen Wert wird durch die Menge an erzeugten Stickoxiden getrieben, welche wiederum durch eine hohe Prozessspitzentemperatur verursacht werden.

Der Übergang zur Turbine wird durch einen gestiegenen mittleren Radius des Einlassleittrads charakterisiert, dessen Höhe allerdings absinkt um die Fläche bei konstantem Massenstrom durch das Kerntriebwerk annähernd konstant zu halten. Die Vorgabe der Schnittstellen durch den globalen Systemoptimierer im Kerntriebwerk hat also einen deutlichen Einfluss auf die Ergebnisse der Komponentenoptimierungen und einen positiven Einfluss auf das erreichte Optimierungsergebnis.

6. ZUSAMMENFASSUNG

Die Optimierung des Kerntriebwerks durch eine kaskadierte Optimierung mithilfe von Komponentenoptimierungsprozessen zeigt Vorteile in der Vorauslegung gegenüber der bisher üblichen Vorgehensweise einer getrennten Komponentenoptimierung mit festen Schnittstellen. Aus der größeren Zahl betrachteter Konfigurationen wird ein Entwurf mit gegenüber der Referenzkonfiguration verbessertem Wirkungsgrad und Emissions-Index gefunden. Die Auswahl geeigneter Kopplungsstrategien ist entscheidend für den Erfolg, da nur hier ein Anwachsen der Entwurfsraumdimension durch die Vielzahl von Parametern für Verdichter, Brennkammer und Turbine kontrolliert werden kann. Des Weiteren konnte durch den gewählten effizienten Optimierungsalgorithmus eine geringe Zahl an Systemauswertungen realisiert werden, was für die Anwendbarkeit der Methode entscheidend ist.

SYMBOLVERZEICHNIS

- \bullet^u, \bullet^o untere/obere Grenze
- \bullet vorgegebener Wert
- $\bar{\bullet}$ normierter Wert
- $\hat{\bullet}$ approximierter Wert
- \bullet^* optimaler Wert
- h** Ungleichungsnebenbedingung
- \mathbf{x}_j Entwurfsvektor
- \mathbf{x}_g gemeinsamer Entwurfsvektor
- \mathbf{x}_i^L lokaler Komponentenentwurfsvektor
- \mathbf{x}_i^S Systementwurfsvektor
- $y_{i|j}$ Kopplungsgröße
- E_I Emissions-Index
- f_S Systemzielfunktion
- f_i Abweichung zu Vorgabe
- M_i Machzahl
- m Masse
- n_i Drehzahl
- p_{ti} Totaldruck
- P_i Leistung
- T_{ti} Totaltemperatur
- ε_i Toleranz einer Nebenbedingung
- η Wirkungsgrad
- \bullet_{CE} Kerntriebwerk (*core engine*)
- \bullet_{HP} Hochdruckwelle (*high pressure shaft*)
- \bullet_{NGV} Eintrittsleitrad (*nozzle guide vane*)
- \bullet_{PD} Prediffusor
- $\bullet_{V,B,T}$ Verdichter/Brennkammer/Turbine

DANKSAGUNG

Diese Arbeit entstand in Zusammenarbeit mit Rolls-Royce Deutschland im Rahmen des Forschungsprojekts VITIV (Virtuelle interdisziplinäre Triebwerksauslegung mit integrativen Verfahren, Proj.-No. 80164702), finanziert durch das Land Brandenburg und den Europäischen Fonds für regio-

nale Entwicklung. Die Autoren danken Rolls-Royce Deutschland für die Erlaubnis zur Veröffentlichung.

Kontaktadresse:

extra@b-tu.de

LITERATUR

- [1] J. Sobieszczanski-Sobieski: Optimization by Decomposition: A Step from Hierarchic to Non-hierarchic Systems. In: NASA STI/Recon Technical Report, Band 89, 1989.
- [2] J. Sobieszczanski-Sobieski, T. D. Altus, M. Phillips und R. Sandusky: Bilevel Integrated System Synthesis for Concurrent and Distributed Processing. AIAA Journal, Band 41(10): S. 1996-2003, 2003.
- [3] S. Extra, M. Lockan, D. Bestle und P. Flassig: A Comparison of Strategies for Efficient Core Engine Optimization with Coupled Subsystems. In: Proc. of GPPS Forum 18, Montreal, GPPS-NA-2018-0097, 2018.
- [4] I. P. Sobieski und I. M. Kroo: Collaborative Optimization Using Response Surface Estimation. AIAA Journal, Band 38(10): S. 1931-1938, 2000.
- [5] S. Jun, Y.-H. Jeon, J. Rho und D.-H. Lee: Application of Collaborative Optimization Using Response Surface Methodology to an Aircraft Wing Design. In: Proc. of 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Albany, 2004.
- [6] R. D. Braun, A. A. Moore und I. M. Kroo: Collaborative Approach to Launch Vehicle Design. J. of Spacecraft and Rockets, Band 34(4): s. 478, 1997.
- [7] M. Rawlings und R. Balling: Collaborative Optimization with Disciplinary Conceptual Design. In: Proc. of 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, St. Louis, 1998.
- [8] M. Lockan: Kooperative Optimierung komplexer Systeme durch Segmentierung des Interface-Raums, Dissertation. Shaker, Aachen, 2017.
- [9] ICAO Airport Air Quality Manual. <http://www.icao.int/environmental-protection/Documents/Publications/FINAL.Doc\%209889.Corrigendum.en.PDF>, 2011, Abruf am 15.03.2017.
- [10] S. Extra, M. Lockan, D. Bestle und P. Flassig: Coupled Subsystem Optimization for Preliminary Core Engine Design. In: Proc. of ECCOMAS EUROGEN, Madrid, 2017.
- [11] N. M. Alexandrov und R. M. Lewis: Analytical and Computational Aspects of Collaborative Optimization for Multidisciplinary Design. AIAA Journal, Band 40(2): S. 301-309, 2002.
- [12] R. G. Regis und C. A. Shoemaker: A Stochastic Radial Basis Function Method for the Global Optimization of Expensive Functions. INFORMS Journal on Computing, Band 19(4): S. 497-509, 2007.
- [13] M. Hendler, S. Extra, M. Lockan, D. Bestle und P. Flassig: Compressor Design in the Context of Holistic Aero Engine Design. In: Proc. of 18th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Band 2017-3334, 2017.
- [14] M. Hendler, M. Lockan, D. Bestle und P. Flassig: Component-Specific Preliminary Engine Design Taking into Account Holistic Design Aspects, Int. Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power, Band 3(12): S. 12-16, DOI 10.3390/ijtpp3020012, 2018.
- [15] A. Angersbach und D. Bestle: Optimization of Air Distribution in a Preliminary Design Stage of an Aero-Engine Combustor. In: Proc. of 14th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference, AIAA AVIATION Forum, Atlanta, 2014.