

Energieoptimale Trajektorien für ein batterie-elektrisches Flugzeug

F. Settele¹, M. Bittner²

¹ Hochschule München, 80335 München, Deutschland

² Technische Universität München, 85748 Garching, Deutschland

Zusammenfassung

Die Reichweite rein batterie-elektrischer Flugzeuge ist derzeit aufgrund der noch niedrigen Energiedichte der Batterien gering. Um dennoch die Reichweite einer gegebenen Konfiguration vergrößern zu können, ist es sinnvoll, das Flugzeug in seinem optimalen Betriebspunkt zu betreiben. Dazu wird mittels Optimalsteuerung eine Trajektorie für ein generisches mathematisches Modell ermittelt, bei der sich der Ladezustand der Batterie für eine gegebene Flugstrecke möglichst wenig verringert. Das Problem wird durch einen direkten Kollokationsansatz diskretisiert und anschließend numerisch gelöst. Die resultierende Trajektorie wird weiterhin analysiert und die einzelnen Flugabschnitte mit Gütekriterien korreliert. Die Analyse des zugrunde gelegten Modells zeigt, dass unter anderem der Betrieb mit großer Fluggeschwindigkeit bei gleichzeitig hoher Propellerdrehzahl am sparsamsten ist. Abschließend wird ein Cockpit-Layout präsentiert, das dem Piloten zu jeder Zeit die optimalen Betriebsparameter anzeigt.

1 Einleitung

Elektromobilität stellt im Zeitalter der Energiewende nicht nur in der Automobilbranche eine der vielversprechendsten Neuerungen dar. Elektrische Antriebe sind emissionsfrei, effizient, klein, leicht, leise und kompakt. Auch in der Luftfahrt lassen sich deren Vorteile gegenüber konventionellen Antrieben nutzen. Aufgrund der geringen Energiedichte heutiger Batterien ist die Reichweite und Flugdauer von rein batterie-elektrisch betriebenen Flugzeugen jedoch noch vergleichsweise gering. Fossiler Brennstoff weist nach [27] eine um den Faktor 54 höhere Energiedichte auf als eine Batterie. Mit Hochdruck wird daher an alternativen Speichern und Maßnahmen der Energiegewinnung geforscht. Schon heute erreichen solarbetriebene Flugzeuge theoretisch unendliche Reichweiten [25, 28]. Auch Konzepte mit Wasserstoff als Energieträger können die Reichweite erheblich steigern [7].

Ist jedoch aus Gründen der Komplexität „nur“ ein batterie-elektrischer Antrieb verbaut, so kann zumindest durch sparsamen Betrieb ein positiver Effekt auf die Reichweite erzielt werden. Die Arbeiten [18, 19] vergleichen die stationären Flugleistungen von elektrisch betriebenen mit denen verbrennerbetriebener Flugzeuge sowohl in ruhiger Luft als auch unter Windeinflüssen. Es wird gezeigt, dass elektrische Antriebe sowohl in Bezug auf die maximale Flughöhe, die maximale Geschwindigkeit als auch die Reichweite konventionellen Antrieben überlegen sein können.

Von besonderem Interesse sind nicht nur stationäre Betrachtungen, sondern auch die optimalen Verläufe (Historien) der Steuerparameter während eines Flugprofils

(Trajektorie). Ein möglicher Ansatz ist die numerische Lösung eines *Optimalsteuerungsproblems* (auch *Optimal Control Problem*). [17, 20] stellt eine Trajektorie für ein solar-elektrisches Leichtflugzeug vor. Entscheidend für die Form dieser Trajektorien ist hauptsächlich der Stand der Sonne und deren Winkel zu den Solarpanelen. Dabei ergeben sich periodische Flugbahnen im Tag-Nacht-Rhythmus.

Es stellt sich die Frage, wie ein *batterie-elektrisches* Flugzeug möglichst optimal geführt werden kann, damit die vorhandene Energie effizient umgesetzt wird. Zur Analyse wird von den Antriebskomponenten und dem Flugzeug ein mathematisches Modell aufgebaut. Mithilfe des Optimalsteuerungstools FALCON.m [16] werden zunächst energie-optimale Trajektorien für feste Distanzen ermittelt und auf stationäre Flugphasen hin analysiert. Stationär ermittelte Kriterien für die energie-optimale Flugführung werden dann mit diesen Flugphasen korreliert.

2 Modellbildung

Das Modell des Antriebs wird mit Ausnahme der Motortemperatur quasi-statisch gerechnet. Verglichen mit den flugmechanischen Zeitkonstanten sind die der Antriebsdynamik sehr klein. Die elektrischen Komponenten werden durch Ersatzschaltbilder modelliert. Zudem wird die Position (in x und y) zu einem lateralen Zustand der Strecke s zusammengefasst. Windgeschwindigkeit und -richtung werden im Modell nicht betrachtet. Die Steuergrößen des gesamten Modells sind der Auftriebsbeiwert C_A und die Propellerdrehzahl n .

2.1 Modell des Antriebs

Abb. 1 zeigt den Aufbau des Antriebsmodells. Eingangsgrößen in das Antriebsmodell sind die Drehzahl des Propellers¹ n , die Geschwindigkeit des Flugzeuges über Grund² V und die Batterienullspannung $U_0(SoC)$. Der wesentliche Modellausgang ist die zeitliche Änderung des Ladezustands $\frac{dSoC}{dt}$ der Batterie. Begrenzungen wie beispielsweise die Nullspannung der Batterie³ $U_{0,Bat} = f(SoC)$ gehen in Form von Nebenbedingungen in der Trajektorienoptimierung ein.

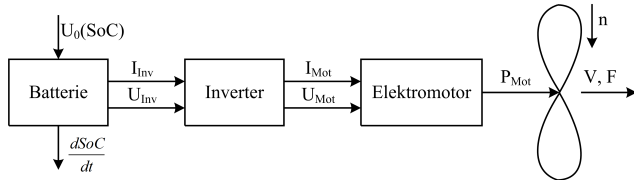


Abbildung 1: Wirkkette des Antriebsstrangs nach [23]

2.1.1 Propeller

Das Propellermodell für einen nicht verstellbaren Propeller basiert auf Messwerten aus dem Windkanal. Es liegen die Verläufe von Schubbeiwert $C_T = f(J)$ und Leistungsbeiwert $C_P = f(J)$ in Abhängigkeit vom Propellerfortschrittsgrad J vor (vgl. Abb. 2).

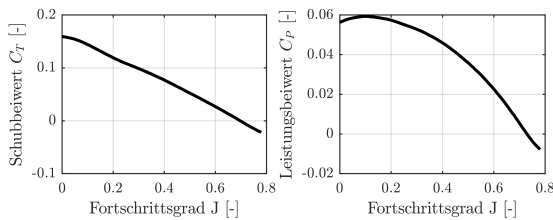


Abbildung 2: C_T und C_P über J

Der Fortschrittsgrad berechnet sich aus

$$(1) \quad J = \frac{V}{n \cdot D}$$

mit dem Propellerdurchmesser D , der Drehzahl n und der Vorwärtsgeschwindigkeit V . Der erzeugte Schub F lässt sich durch Interpolation der Messwerte und der Formel

$$(2) \quad F = C_T(J) \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^4$$

mit der Luftdichte ρ ermitteln. Die benötigte Wellenleistung beträgt

$$(3) \quad P_{Welle} = C_P(J) \cdot \rho \cdot n^3 \cdot D^5.$$

¹Da kein Getriebe im Antriebsmodell vorgesehen ist, ist die Drehzahl des Propellers gleich der Drehzahl des Motors.

²Ohne Wendeinfluss ist dies auch die wahre Eigengeschwindigkeit gegenüber der Luft V_{TAS} .

³Die Nullspannung stellt die theoretische Spannung der Batterie dar, die ohne einen Spannungsabfall durch Stromfluss an deren Innenwiderstand in Abhängigkeit von ihrem Ladezustand gemessen wird.

Das Moment, welches der Motor liefern muss, um die Drehzahl n halten zu können, errechnet sich wie folgt:

$$(4) \quad M_{Prop} = \frac{P_{Welle} \cdot 2\pi}{n}$$

2.1.2 Elektromotor

Besonders Synchronmotoren sind für luftfahrttechnische Anwendungen gut geeignet [29]. Das hier vorgestellte mathematische Modell rechnet nicht mit sinusförmigem Spannungsverlauf, sondern jeweils mit den Effektivwerten von Strom und Spannung. Zudem wird der Motor mithilfe eines „inversen“ Modells und einem an [12] angelehnten Ersatzschaltbild abgebildet. Typische Modelle berechnen Ausgangskreisfrequenz ω_{Mot} und -moment M_{Mot} in Abhängigkeit von der Eingangsspannung U_{Mot} und -strom I_{Mot} :

$$(5) \quad [\omega_{Mot}, M_{Mot}] = f(U_{Mot}, I_{Mot})$$

Quasi-statisch „im eingeschwungenen Zustand“ gilt nach [12] auch invers:

$$(6) \quad [U_{Mot}, I_{Mot}] = f(\omega_{Mot}, M_{Mot})$$

mit

$$(7) \quad \omega_{Mot} = \frac{n}{2\pi} \quad \text{und} \\ M_{Mot} = M_{Prop}$$

Dem Motor liegt ein erweitertes Ersatzschaltbild mit dem Kupferverlust infolge Spannungsabfalls am Innenwiderstand $R_{i,Mot}$ und sonstigen Verlusten als Leerlaufstrom $I_{0,Mot}$ zugrunde (vgl. Abb. 3).

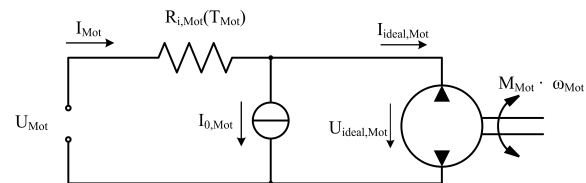


Abbildung 3: Ersatzschaltbild des Motors erweitert nach [3, 12, 23]

Für die idealen (verlustfreien) Größen Motorstrom $I_{Mot,ideal}$ und Motorspannung $U_{Mot,ideal}$ bestehen dabei die Zusammenhänge

$$(8) \quad I_{Mot,ideal} = k_{Mot} \cdot M$$

und

$$(9) \quad U_{Mot,ideal} = \frac{\omega}{k_{Mot}}$$

über die Drehmomentenkonstante des Motors k_{Mot} . Der gesamte Motorstrom I_{Mot} setzt sich zusammen zu:

$$(10) \quad I_{Mot} = I_{0,Mot} + I_{ideal,Mot}$$

Die Motorspannung U_{Mot} summiert sich zu:

$$(11) \quad U_{Mot} = U_{ideal,Mot} + I_{Mot} \cdot R_{i,Mot}(T_{Mot})$$

Alle Verluste, die *nicht* vom Innenwiderstand des Motors $R_{i,Mot}$ herrühren, werden im Leerlaufstrom

$$(12) \quad I_{0,Mot} = \frac{P_{V,I_0}}{U_{ideal,Mot}}$$

zusammengefasst. Die Leerlaufleistung P_{V,I_0} setzt sich aus den Anteilen Wirbelstrom-, Hysteres-, mechanischer Reibungs-, Luftreibungs- und Zusatzverlusten zusammen:

$$(13) \quad P_{V,I_0} = P_{Mot,Wirb} + P_{Mot,Hyst} + P_{Mot,Reib} + P_{Mot,Luft} + P_{Mot,Sonst}$$

Tabelle 1 zeigt sowohl den angenäherten mathematischen Zusammenhang zur jeweiligen Größe im Motor (angelehnt an [5]) als auch deren Anteil k_x an der eingehenden elektrischen Leistung $P_{elek,Mot}$ aus der Literatur (gemittelt mit Daten aus [2, 8, 9]). Die in Tab. 1 auf-

Verlust	$P_x = f(\dots)$	Anteil k_x
$P_{Mot,Wirb}$	$\sim \omega^2 \cdot M^2$	1%
$P_{Mot,Hyst}$	$\sim \omega \cdot M$	0,5%
$P_{Mot,Reib}$	$\sim \omega$	0,2%
$P_{Mot,Luft}$	$\sim \omega^3$	0,2%
$P_{Mot,Sonst}$	<i>konst.</i>	0,05%

Tabelle 1: Leerlaufverluste im Motor

geführten Werte für die Verluste wurden jeweils für den Auslegungspunkt (vgl. Abb. 4) bei n_{Des} und M_{Des} angenommen.

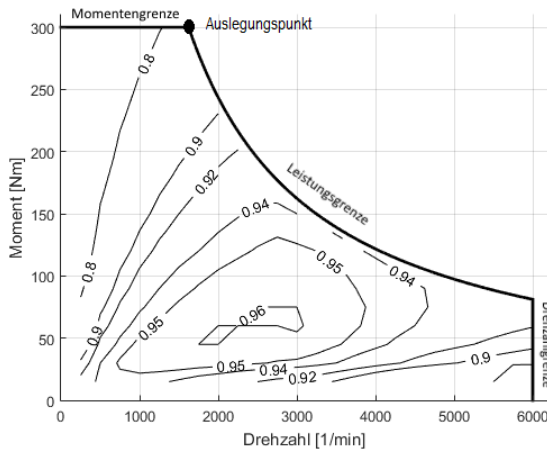


Abbildung 4: Effizienz eines beispielhaften Motors in Abhängigkeit von Drehzahl und Moment

Der Wirbelstromverlust $P_{Mot,Wirb}$ lässt sich für eine beliebige Drehzahl ω und ein beliebiges Moment M mit

$$(14) \quad P_{Mot,Wirb} = k_{Wirb} \cdot \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{Des}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\Delta M}{M_{Des}} \right)^2$$

und

$$(15) \quad \begin{aligned} \Delta\omega &= \omega - \omega_{Des}, \\ \Delta M &= M - M_{Des} \end{aligned}$$

abschätzen. Sämtliche anderen Leerlaufverluste werden analog bestimmt und aufaddiert zu

$$(16) \quad P_{V,I_0} = \sum_i k_i \cdot \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{Des}} \right)^{e_i} \cdot \left(\frac{\Delta M}{M_{Des}} \right)^{e_i},$$

wobei e_i den Zusammenhang des jeweiligen Verlustes zur jeweiligen Motorgröße widerspiegelt (vgl. Tab. 1). Im Modell wird zusätzlich die Temperatur der Wicklungen berücksichtigt. Ein Überschreiten der kritischen Wicklungstemperatur muss vermieden werden und stellt daher eine wichtige und häufig dimensionierende Beschränkung dar. Zugleich kann die Erhöhung des Innenwiderstandes $R_{i,Mot}(T_{Mot})$ in Abhängigkeit von der Temperatur T_{Mot} bestimmt werden. Ausgehend von einem definierten Innenwiderstand $R_{i,Tref}$ bei einer Referenztemperatur T_{ref} und einem Temperaturkoeffizienten α_{Cu} für Kupfer folgt nach [3]:

$$(17) \quad R_{i,Mot}(T_{Mot}) = R_{i,Tref} \cdot (1 + (\alpha_{Cu}(T_{Mot} - T_{ref})))$$

Zur Erwärmung der Wicklungen tragen wesentlich Kupfer-, Wirbelstrom- und Hystereseverlust bei. Die Wicklungstemperatur ändert sich daher zeitlich mit (angepasst nach [1])

$$(18) \quad \dot{T}_{Mot} = (R_{i,Mot}(T_{Mot}) \cdot I_{Mot}^2 + P_{Mot,Wirb} + P_{Mot,Hyst} - \dot{Q}_{kühl}) \cdot \frac{1}{k_{T_{Mot}}},$$

wobei sich die Temperaturkonstante $k_{T_{Mot}}$ zusammensetzt aus

$$(19) \quad k_{T_{Mot}} = m_{Mot,therm} \cdot \bar{c}$$

mit der thermisch aktiven Motormasse $m_{Mot,therm}$ und deren spezifischen Wärmekapazität \bar{c} .

Für die Kühlleistung (= Wärmeabfluss $\dot{Q}_{kühl}$) wird

$$(20) \quad \dot{Q}_{kühl} = \alpha_{kühl} \cdot A_{kühl} \cdot (T_{Mot} - T_{Luft}(h))$$

modelliert mit einem konstanten Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_{kühl}$ nach [22] und einer konstanten Wärmeübergangsfläche $A_{kühl}$. Die Temperatur der Luft T_{Luft} sinkt in der Standardatmosphäre mit $6,5 \text{ K km}^{-1}$ (vgl. [15]).

Während des Betriebs des Motors gilt es, neben der Temperaturgrenze zusätzlich Drehzahl-, Momenten- und Leistungsgrenze einzuhalten (vgl. Abb. 4). Diese werden später im Optimalsteuerungsproblem als Nebenbedingungen modelliert.

2.1.3 Inverter

Der Inverter (in diesem Falle ein „Tiegsetzsteller“ nach [13]) wird als einfacher Schalter S angenommen, der mit einer Schaltfrequenz f_S für eine Zeitdauer t_{on} den

Stromkreis zwischen Batterie und Motor schließt und für die Zeitdauer $t_{\text{off}} = \frac{1}{f_S} - t_{\text{on}}$ öffnet. Der zeitliche Durchschnitt beträgt damit nach [4]

$$(21) \quad \bar{U}_{\text{ideal,Inv}} = f_S \cdot \int_0^{1/f_S} U_{\text{ideal,Inv}}(t) dt = d \cdot U_{\text{Bat}}$$

mit dem „Tastverhältnis“

$$(22) \quad d = \frac{t_{\text{on}}}{t_{\text{on}} + t_{\text{off}}} = t_{\text{on}} \cdot f_S$$

und

$$(23) \quad 0 \leq d \leq 1.$$

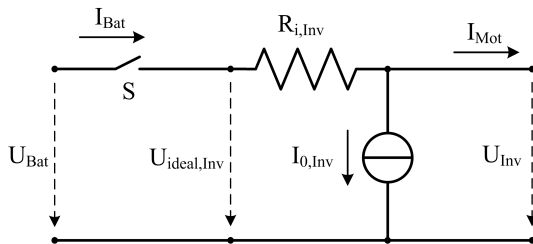


Abbildung 5: Ersatzschaltbild des Inverters

Zudem weist ein Inverter Schalt- und Leitungsverluste auf [6]. Die Schaltverluste $P_{\text{Inv,S}}$ resultieren aus Verlusten während des Schaltvorgangs der Dauer t_S eines nicht idealen Schalters. Die Verlustenergie während eines Schaltvorgangs lässt sich mit

$$(24) \quad E_{\text{Inv,S}} = \int^{t_S} U_S(t) \cdot I_S(t) dt$$

beschreiben (vgl. [26]) mit zu schaltenden Spannung $U_{\text{ideal,Inv}}$, Strom I_{Bat} und der Zeitdauer eines Schaltvorgangs t_S . Linear vereinfachen lässt sich dies folgendermaßen nach [14]:

$$(25) \quad E_S = f_S \cdot U_{\text{Inv}} \cdot I_{\text{Mot}} \cdot t_S$$

Bei der Schaltfrequenz f_S , einer typischen Anzahl von 6 Schaltelementen in einer Phase eines Inverters und 2 Schaltvorgängen pro Pulsperiode ergibt sich der zeitliche Mittelwert der Schaltverluste von

$$(26) \quad P_{\text{Inv,S}} = 2 \cdot I_{\text{Bat}} \cdot U_{\text{ideal,Inv}} \cdot f_S.$$

Die Schaltverluste P_S gehen als Leerlaufstrom $I_{0,\text{Inv}}$ in die Berechnung ein. Somit addieren sich Motorstrom und Inverterleerlaufstrom zum Batteriestrom:

$$(27) \quad I_{\text{Bat}} = I_{\text{Mot}} + I_{0,\text{Inv}}$$

Die Leitungsverluste durch Innenwiderstände $R_{i,\text{Inv}}$ verursachen einen Spannungsabfall im Inverter. Folglich erhöht sich rechnerisch die verlustfreie Inverter-Ausgangsspannung U_{Inv} zur Batteriespannung

$$(28) \quad U_{\text{Bat}}(U_{\text{Inv}}, I_{\text{Bat}}, d) = \frac{1}{d} \cdot U_{\text{Inv}} + R_{i,\text{Inv}} \cdot I_{\text{Bat}}.$$

Da das Tastverhältnis maximal $d = 1$ betragen kann, gilt folgende Ungleichung:

$$(29) \quad U_{\text{Inv}} + R_{i,\text{Inv}} \cdot I_{\text{Bat}} < U_{\text{Bat}}(U_{\text{Inv}}, I_{\text{Bat}})$$

Ripple („Unglattheit“ des Stromes I_{Mot}) und Temperaturverhalten werden im Modell nicht berücksichtigt.

2.1.4 Batterie

Die Batterie wird nach [11] mit einer idealen Spannungsquelle mit der Batterienullspannung $U_{0,\text{Bat}}(\text{SoC})$ und einem Innenwiderstand $R_{i,\text{Bat}}$ modelliert (vgl. Abb. 6). Die Klemmspannung der Batterie beträgt in

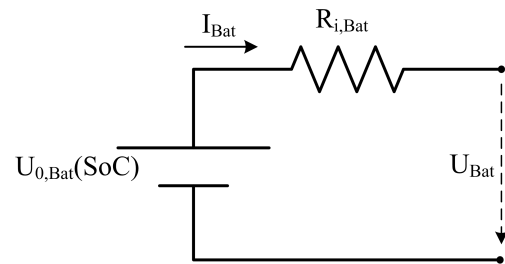


Abbildung 6: Ersatzschaltbild der Batterie

Abhängigkeit des Ladezustands SoC

$$(30) \quad U_{\text{Bat}} = U_{0,\text{Bat}}(\text{SoC}) - I_{\text{Bat}} \cdot R_{i,\text{Bat}}.$$

mit dem Batteriestrom I_{Bat} . Die Spannung ohne Last $U_{0,\text{Bat}}(\text{SoC})$ verläuft entlang einer Entladekurve (vgl. Abb. 7). Für den aktuellen Ladezustand $\text{SoC}(t)$ gilt

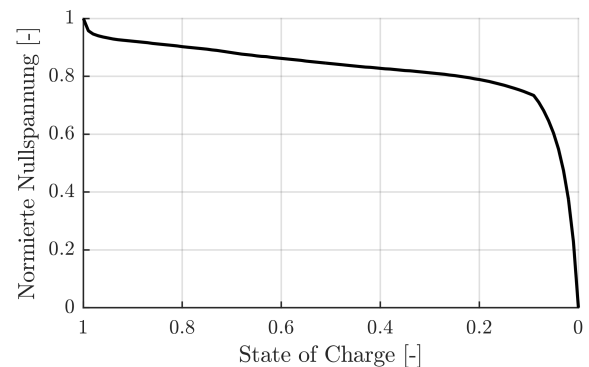


Abbildung 7: Verlauf der normierten Spannung

mit der Nennkapazität $C_{\text{Nenn,Bat}}$ der Batterie folgender Zusammenhang:

$$(31) \quad \text{SoC}(t) = \text{SoC}_{t_0} - \frac{1}{C_{\text{Nenn,Bat}}} \cdot \int_{t_0}^t I_{\text{Bat}}(t) dt$$

Die Entladung der Batterie findet über den Batteriestrom I_{Bat} statt (vgl. [21]):

$$(32) \quad \frac{d\text{SoC}}{dt} = \frac{I_{\text{Bat}}}{C_{\text{Nenn,Bat}}}$$

statt. Temperatureffekte, hochdynamische und sonstige Effekte werden im Batteriemodell nicht berücksichtigt.

2.2 Aerodynamik

Vom untersuchten Flugzeug, einem exemplarischen Flugzeug der Ultraleichtklasse, ist die Polare $C_W = f(C_A)$ approximiert [10]. Für eine Geschwindigkeit V und Luftdichte ρ berechnet sich der Auftrieb A

$$(33) \quad A = C_A \cdot \frac{\rho}{2} V^2 \cdot S_{ref}$$

mit der Flügelfläche S_{ref} . Die Polare liefert aus dem Wert für C_A den zugehörigen Wert für C_W , aus dem sich wiederum mit

$$(34) \quad W = C_W(C_A) \cdot \frac{\rho}{2} V^2 \cdot S_{ref}$$

der Luftwiderstand W des Flugzeuges berechnet. Alle von der Höhe abhängigen Größen wie die Temperatur der Luft oder die Luftdichte sind der Standard-Atmosphäre [15] entnommen.

3 Optimalsteuerungsproblem

Das hier behandelte Problem kann wie folgt als Optimalsteuerungsproblem mit variabler Endzeit t_f modelliert werden:

Finde

$$(35) \quad \max J = SoC_{t_f}$$

unter Berücksichtigung der dynamischen Nebenbedingungen

$$(36) \quad \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}),$$

mit den Zuständen

$$(37) \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} s \\ h \\ V \\ \gamma \\ T_{Mot} \\ SoC \end{pmatrix},$$

den Zustandsänderungen

$$(38) \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} V \cdot \cos \gamma \\ V \cdot \sin \gamma \\ \frac{F-W}{m} - g \cdot \sin \gamma \\ \frac{m_L}{m \cdot V} - \frac{g \cdot \cos \gamma}{V} \\ \frac{P_{V,M} - \dot{Q}_{Kühl}}{m \cdot V} \\ \frac{m_{M,therm} \cdot c_M}{I_{Bat}} \\ \frac{I_{Bat}}{C_{Bat,Nenn}} \end{pmatrix},$$

dem Steuervektor

$$(39) \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} C_A \\ n \end{pmatrix}$$

und dem Parameter

$$(40) \quad \mathbf{p} = (t_f).$$

Daneben sollen die Startbedingungen

$$(41) \quad \begin{aligned} s_0 &= 0, \\ h_0 &= 0, \end{aligned}$$

die Endbedingungen

$$(42) \quad \begin{aligned} s_{t_f} &= s_f \\ h_0 &= 0 \end{aligned}$$

und die Nebenbedingungen

$$(43) \quad \begin{aligned} V_{IAS,min} &\leq V_{IAS} \leq V_{IAS,max} \\ 0,9 &\leq n_Z \leq 1,1 \\ P_{Mot} &\leq P_{Mot,max} \\ I_{Mot} &\leq I_{Mot,max} \\ 0 &\leq T_{Mot} \leq T_{Mot,max} \\ 0 &\leq h(t) \leq 3000 \text{ m} \\ I_{Mot} &\leq I_{Mot,max} \\ 0 &\leq f_{U,Bat} \leq 1 \end{aligned}$$

eingehalten werden, wobei $f_{U,Bat}$ das Verhältnis

$$(44) \quad f_{U,Bat} = \frac{U_{WR}}{U_{Bat}(SoC, I_{Bat})}$$

darstellt (vgl. Gl. 29).

Um das resultierende Optimalsteuerungsproblem numerisch zu lösen, wird es mittels direkter Trapezkollokation diskretisiert und so in ein konventionelles Optimierungsproblem überführt. Dabei werden sowohl die Zustände als auch die Steuerungen auf einem Gitter

$$(45) \quad \mathbb{G}_N = \{\tau_0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_{N-1} < \tau_N\}$$

diskretisiert, wodurch aus den kontinuierlichen Verläufen $\mathbf{x}(t)$ und $\mathbf{u}(t)$ Vektoren mit einer begrenzten Anzahl an Einträgen werden.⁴ Bis auf die Differentialgleichung (36) können alle Nebenbedingungen auf diesem Gitter ausgewertet werden, wodurch auch die zeitkontinuierlichen Nebenbedingungen in einen diskretisierten Vektor aus Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen übergehen. Im Weiteren wird der Vektor der Eingangsparameter des numerischen Optimierungsproblems mit \mathbf{z} bezeichnet und der der Nebenbedingungen mit \mathbf{C} .

Weiterhin wird die Differentialgleichung (36) durch Einführung der Kollokationsdefekte

$$(46) \quad \begin{aligned} &\mathbf{x}_k(\mathbf{z}) - \mathbf{x}_{k+1}(\mathbf{z}) \\ &+ \frac{h_k}{2} \cdot (f(\mathbf{x}_k(\mathbf{z}), \mathbf{u}_k(\mathbf{z}), \mathbf{p}(\mathbf{z})) \\ &+ f(\mathbf{x}_{k+1}(\mathbf{z}), \mathbf{u}_{k+1}(\mathbf{z}), \mathbf{p}(\mathbf{z}))) \\ &= 0 \end{aligned}$$

⁴Die freie Endzeit t_f wird durch eine lineare Abbildung auf die normalisierte Zeit $\tau_N = 1$ abgebildet und so als Parameter eingeführt.

in eine Reihe von Gleichungsnebenbedingungen transformiert. Das resultierende Optimierungsproblem weist allgemein die Form

$$\begin{aligned}
 (47) \quad & \max J \\
 (48) \quad & \text{u.d.B. } C_{eq} = 0 \\
 (49) \quad & C_{ineq} \leq 0
 \end{aligned}$$

auf. Für die Transkription des kontinuierlichen Optimalsteuerungsproblems in ein numerisches Optimierungsproblem kommt hier die Software FALCON.m zum Einsatz, die am Lehrstuhl für Flugsystemdynamik der Technischen Universität München entwickelt wurde. FALCON.m ermöglicht es dem Nutzer, ein Optimalsteuerungsproblem in MATLAB mittels einer speziellen Syntax zu definieren und anschließend sehr effizient zu lösen. Dabei wird die Dünnbesetztheit des resultierenden Optimierungsproblems genauso genutzt wie automatische Codegenerierung. Für die Lösung des Optimierungsproblems wird IPOPT verwendet.

4 Ergebnisse und Diskussion

Abb. 8 zeigt das Ergebnis für einen beispielhaft ermittelten energieoptimalen Flug der Strecke $s_f = 150$ km. Es wurde angenommen, dass die Motortemperatur T_{Mot} direkt nach dem Abheben eine Temperatur von 50°C beträgt. Wie zu erwarten war, ist der Flug in größeren Höhen wegen der geringeren Luftdichte effizienter als in geringen Höhen. Daher strebt das Rechenmodell zu möglichst großer Höhe.

Das Höhenprofil der Trajektorie lässt sich in vier Bereiche aufteilen (I - IV), Bereich I unterteilt sich in die zwei weiteren Bereiche I.1 und I.2. In diesen nimmt die Höhe zu, der Steigwinkel γ ist dabei nahezu konstant. II stellt eine Art Übergangsphase zwischen dem Steigflug in Bereich I und den anschließenden Horizontalflug in III dar. Von der erreichten Höhe in III sinkt die Trajektorie in IV auf die Zielhöhe 0 m bei der Zieldistanz s_f ab.

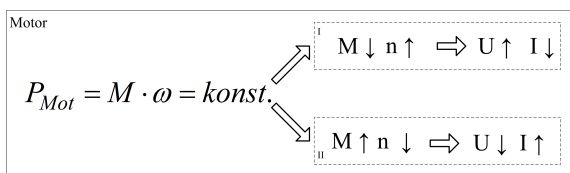


Abbildung 9: Physikalischer Zusammenhang Motor

Es fällt auf, dass der Propeller/Motor während der ersten drei Phasen I – III fast durchgehend mit seiner maximalen Drehzahl betrieben wird. Zudem ist in diesen Phasen die Fluggeschwindigkeit V_{IAS} verglichen mit Phase IV groß. Dies lässt Rückschlüsse auf die Charakteristik des Propellers im Zusammenhang mit Elektromotor und Batterie zu. Eine Batterie entlädt sich umso

langsamer, je niedriger der Batteriestrom ist (vgl. Gl. 32). Grundsätzlich ist somit ein möglichst geringer Batteriestrom I_{Bat} bzw. Motorstrom I_{Mot} wünschenswert. Abb. 9 zeigt einen Vergleich, wie mechanische Leistung P vom Motor abgegriffen werden kann. Wegen der generell geringen Verluste im Elektromotor kann näherungsweise von einer Proportionalität

$$(50) \quad I_{Mot} \propto M_{Mot}$$

und

$$(51) \quad U_{Mot} \propto \omega_{Mot}$$

gesprochen werden. Der Motorstrom I_{Mot} ist folglich dann klein, wenn bei gleichbleibender Leistung P das Moment klein und die Drehzahl groß ist (Fall „I“ in Abb. 9). Daraus folgt, dass das Propellermoment möglichst klein sein sollte.

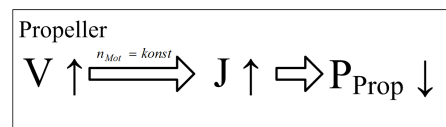


Abbildung 10: Physikalischer Zusammenhang Propeller

Bei möglichst großer Drehzahl (aufgrund der Schlussfolgerung oben) ist dann eine hohe Geschwindigkeit V zu wählen, damit der Propellerfortschrittsgrad J groß ist. Ist dieser groß, so ist der Leistungsbeiwert des Propellers C_P (vgl. Abb. 2) und damit Leistung und vor allem das Propellermoment M_{Prop} klein.

[18, 19] zeigt, dass Elektroflugzeuge ihre größte Reichweite mit signifikant höherer Geschwindigkeit erreichen können als ein verbrennerbetriebenes Flugzeug. In der Envelope des gerechneten Flugzeugs schneidet sich die Kurve der optimalsten Fluggeschwindigkeit im Horizontalflug mit der maximal möglichen Fluggeschwindigkeit in vergleichsweise großer Höhe. Dies ist möglich aufgrund der von der Luftdichte unabhängigen Leistung des elektrischen Antriebs. Die vorliegende Arbeit kommt zu einem vergleichbaren Ergebnis. Auch hier ist die optimale Flughöhe möglichst groß zu wählen, die Optimierung „strebt“ immer Richtung größt möglicher Flughöhe. Die Fluggeschwindigkeit ist dabei vergleichsweise hoch zu wählen. Der Grund hierfür ist in Abb. 9, 10 zu sehen und oben beschrieben.

Die Motortemperatur bleibt während der gesamten Trajektorie unter der Grenze von 100°C . Während I.1 steigt sie zwar an, geht ab II jedoch aufgrund der verbesserten Kühlung durch die kalte Höhenluft zurück. Sowohl Motor- als auch der Batteriestrom I_{Mot} und I_{Bat} stoßen nicht an ihre Grenzen, dies steht jedoch sowieso der Minimierung des Stromverbrauchs $S\acute{o}C$ diametral entgegen.

4.1 Steigflug

Abschnitt I zeigt den Steigflug der Trajektorie. Abb. 11 zeigt, wie sich in I der Betriebspunkt des Motors (mit

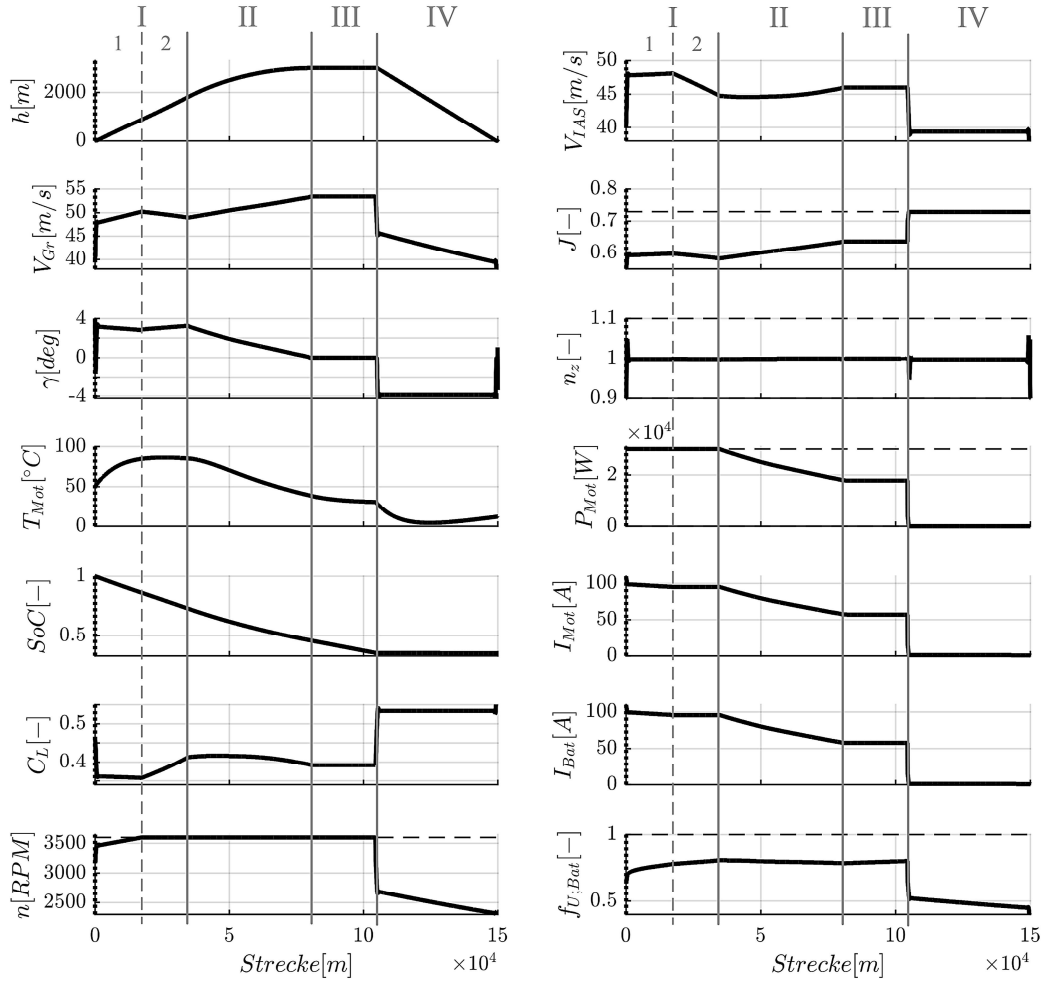


Abbildung 8: Trajektorien-Verlauf für $s_f = 150$ km

☆ gekennzeichnet) mit zunehmender Höhe h verändert. Bis zum Übergang zu I.2 wandert dieser an der Leistungsgrenze entlang bis in seine Drehzahlgrenze. Durch die mit der Höhe h sinkende Luftdichte ρ sinkt auch das vom Propeller aufgenommene Moment M_{Prop} und damit auch der Motorstrom I_{Mot} (Herleitung siehe oben). Die Geschwindigkeit V_{IAS} bleibt in Abschnitt I.1 nahezu konstant, die Geschwindigkeit über Grund V_{Gr} nimmt mit der Höhe sinkenden Luftdichte zu. In Abschnitt I.2, in dem sich der Motor in seiner Drehzahlgrenze befindet, sinkt die Geschwindigkeit V_{IAS} ab. Dies liegt am mit der Luftdichte absinkenden Propellermoment bei konstanter Drehzahl in I.2. Generell ist die Geschwindigkeit vergleichsweise hoch (siehe oben), was mit einem relativ kleinen Auftriebsbeiwert C_L korreliert.

In I steigt auch die Begrenzung $f_{U;Bat}$ leicht an. Dies lässt sich zum einen mit der steigenden Drehzahl n und damit der steigenden induzierten Spannung des Motors U_{Mot} und gleichzeitig der Inverterspannung U_{Inv} begründen. Zum anderen fällt mit der Entladung (vor allem zu Beginn der Entladekurve) die Nullspannung der Batterie $U_{0,Bat}(SoC)$ (vgl. Abb. 7).

Der Steigwinkel beträgt in I ca. $\gamma = 3^\circ$, der theoretisch größtmögliche Steigwinkel beträgt rechnerisch etwas

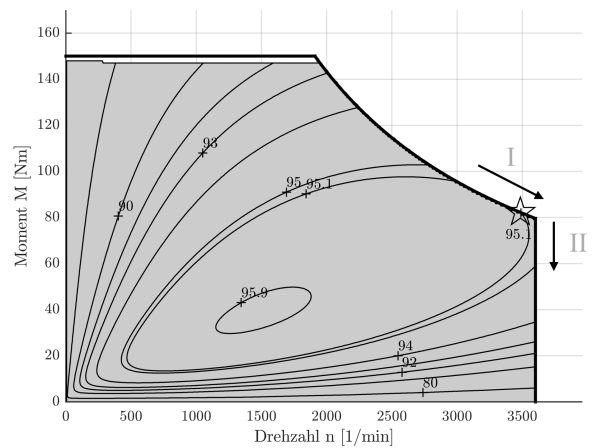


Abbildung 11: Betriebspunkt des Motors

über $\gamma_{max} = 5^\circ$. Der energieoptimale Steigflug gleicht folglich dem flugmechanischen Optimum nicht. In Abb. 12 ist das zugehörige Gütekriterium

$$(52) \quad (\cos \gamma + \sin \gamma \cdot E_{max}) \cdot \frac{V}{I_{Bat}}$$

in Abhängigkeit der Geschwindigkeit V_{TAS} visuali-

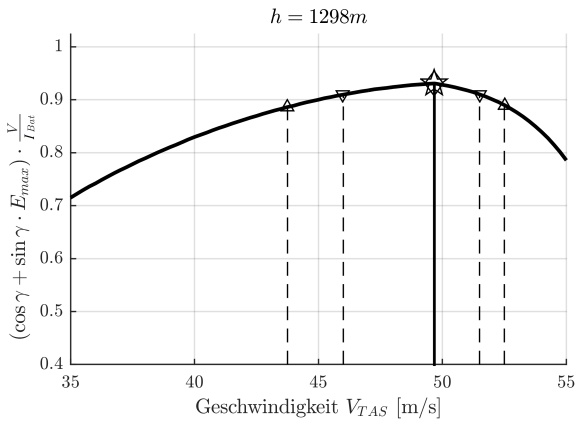


Abbildung 12: Gütekriterium in I.2

siert. Zu sehen ist, dass der mit ☆ markierte Betriebspunkt das Maximum der Funktion darstellt. Das Gütekriterium leitet sich wie folgt her: Die Strecke, die in einem Steigflug und einem anschließenden Gleitflug zurückgelegt wird, soll mit möglichst geringer Batterieentladung ΔSoC bewältigt werden. Dabei kann die Höhe, die im Steigflugsegment neben der geflogenen Strecke gewonnen wird, ohne Energieeintrag in zusätzliche Strecke umgesetzt werden:

$$(53) \quad \left(\frac{\Delta s_{Steig} + \Delta s_{Gleit}}{\Delta SoC} \right)_{max}$$

Dies führt mit der Gleitzahl E_{max} und einer Ableitung nach der Zeit zum Ausdruck in Gl. 52. Die mit ∇ und △ markierten Bereiche in Abb. 12 zeigen die Geschwindigkeiten für eine Abweichung von 2,5% bzw. 5% vom Maximum.

4.2 Übergang

Die Übergangsphase II stellt das Bindeglied zwischen I.2 und III dar. Motorleistung P_{Mot} und Motorstrom I_{Mot} verringern sich auf den in III konstanten Wert. Der Steigwinkel γ geht linear zurück auf den Wert $\gamma = 0$. Während dieser Phase sinkt der Ausdruck $f_{U;Bat}$ minimal ab. Die Spannung, die am Innenwiderstand des Motors $I_{Mot,innen}$ abfällt (vgl. Gl. 17 und 44), sinkt zum einen wegen der fallenden Motortemperatur (vgl. Abb. 8), zum anderen wegen des fallenden Propellermoments $M_{Prop} (\propto I_{Mot})$.

4.3 Horizontalflug

Durch den vergleichsweise flachen Steigwinkel in den Phasen I und II nimmt der Horizontalflug in der gesamten Trajektorie einen vergleichsweise kleinen Anteil ein. Generell kommt der Horizontalflug nur infolge des Höhenlimits $h_{max} = 3000$ km zustande. Dies deutet darauf hin, dass der Flug in möglichst großer Höhe sparsam ist. III erfolgt mit konstanter Geschwindigkeit V_{IAS} und aufgrund der unveränderlichen Flugzeugmasse auch mit konstantem C_A . Wie schon in I.2 bis II befindet sich

der Motor an seiner Drehzahlgrenze. Zudem ist jedoch die Motorleistung P_{Mot} reduziert.

Abb. 13 zeigt das Gütekriterium $\frac{V}{I_{Bat}}$. Dieses leitet sich aus der Maximierung (vgl. [23]) der Strecke im Horizontalflug bei möglichst geringer Batterieentladung ΔSoC her:

$$(54) \quad \left(\frac{\Delta s}{\Delta SoC} \cdot \frac{1}{dt} \right)_{max} = \left(\frac{V}{SoC} \right)_{max}$$

Der aktuelle Betriebspunkt (markiert mit ☆) befindet sich direkt im Maximum des Gütekriteriums.

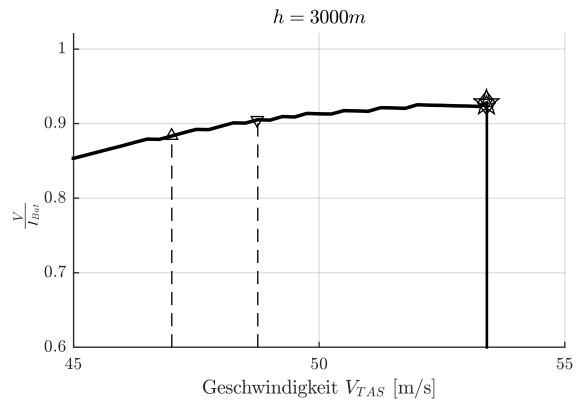


Abbildung 13: $\frac{V}{I_{Bat}}$ in III

Die markierten Bereiche mit den Abweichungen um 2,5% und 5% sind verglichen mit Abb. 12 wesentlich größer. Rechts vom markierten Bereich bricht die Kurve ab. Die Erklärung hierfür bringt die Betrachtung der Schubkurve.

Abb. 14 zeigt den aktuellen Betriebspunkt in der Schubkurve. Dieser befindet sich im Schnittpunkt von Widerstands- (gestrichelt) und Schubkurve (durchgezogen). Zufälligerweise ist aufgrund der aerodynamischen Konfiguration dieser Punkt sehr nah am Punkt des geringsten Widerstands. Zudem ist die gewählte Geschwindigkeit die für den stationären Horizontalflug maximal fliegbare Geschwindigkeit.

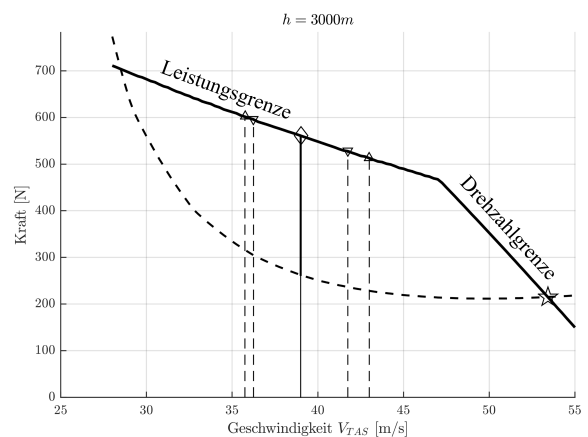


Abbildung 14: Die Schubkurve in III

Zu sehen ist zugleich der Knick der Schubkurve am Übergang von der Leistungs- zur Schubgrenze des Antriebs (vgl. [23]).

Während des Horizontalflugs sinkt der Ausdruck $f_{U;Bat}$ weiter langsam ab. Dafür verantwortlich ist in III nur mehr die mit SoC absinkende Nullspannung der Batterie $U_{0,Bat}$.

4.4 Gleit-/Sinkflug

In Phase IV wird die zuvor gewonnene Höhe im Gleitflug in geflogene Strecke umgewandelt. Motorleistung P_{Mot} und Motorstrom I_{Mot} betragen über den gesamten Gleitflug nahezu 0, genauso wie das Moment am Propeller M_{Prop} . Der Sinkflug erfolgt mit konstantem Auftriebsbeiwert C_A und damit mit konstanter Geschwindigkeit V_{IAS} . Mit der ansteigenden Luftdichte nimmt gleichzeitig die Geschwindigkeit über Grund zu, zugleich sinkt auch die Propellerdrehzahl n_{Prop} aufgrund des steigenden Propellermoments M_{Prop} . Der Ausdruck $f_{U;Bat}$ sinkt mit der abnehmenden Drehzahl ($\propto U_{Mot}$). Durch den geringen Motorstrom findet nahezu keine Entladung im letzten Abschnitt mehr statt, SoC verändert sich kaum.

Abb. 15 zeigt die reine aerodynamische Polare des Flugzeuges und die tatsächlich berechnete für $I_{Bat} = 0$. Es ist

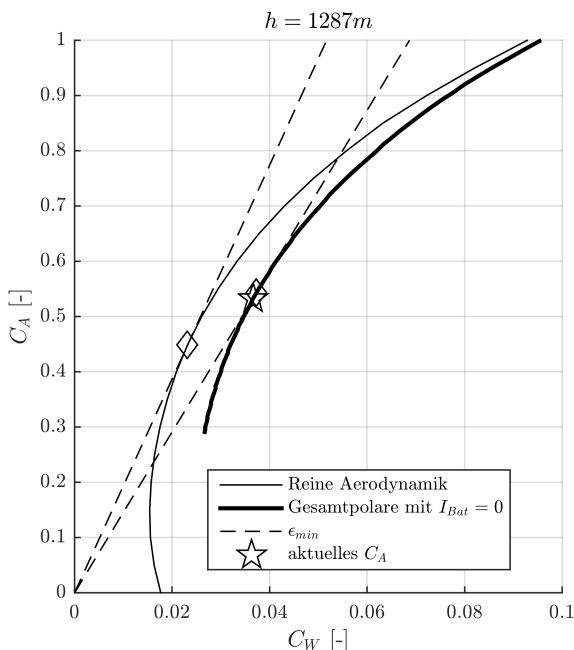


Abbildung 15: Polare in IV

zu sehen, dass sich der Betriebspunkt genau im Punkt des besten Gleitens dieser Polare befindet (mit \star markiert). Der Propeller wird in diesem Flugabschnitt vom Luftstrom „angetrieben“.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Mit dem zugrunde gelegten mathematischen Modell konnte eine energieoptimale Trajektorie ermittelt werden. Die Analysen zeigen, dass für das vorliegende Modell eine vergleichsweise hohe Wahl von Fluggeschwindigkeit und Drehzahl effizient sind. Außerdem wurden die Gütekriterien für den Steig-, Horizontal- und Gleitflug korreliert. Die Betriebspunkte sind für einen Piloten nicht einfach intuitiv zu erfassen, teilweise ändern sich diese über der Höhe und in Abhängigkeit des Motorbetriebspunktes.

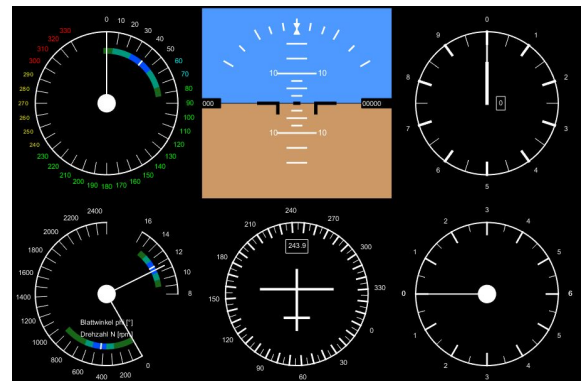


Abbildung 16: Display-Konzept

Abb. 16 zeigt das Konzept eines Cockpitdisplays⁵, in dem dem Piloten die optimalen Betriebsparameter angezeigt werden. Die optimale Fluggeschwindigkeit wird aus stationären Überlegungen heraus ermittelt und mittels eines kleinen weißen Striches (beispielsweise im Fahrtmesser) angezeigt. Darum herum schließen blaue und grüne Bereiche an, deren Grenzen die Abweichung um beispielsweise 2,5% und 5% vom Optimum markieren. Durch diese Anzeige wird dem Piloten ein einfaches Instrument zur Verfügung gestellt, mit dem er intuitiv zu jeder Zeit seines Fluges die stationären Betriebsparameter optimal wählen kann. Weitere Schritte für die Realisierung eines solchen Anzeigeinstrumentes sind die Rechnung unter Einbeziehung des Windes und die genauere Analyse aller Flugphasen und deren Abhängigkeiten von Parameterveränderungen. Ausführliche Test müssen die Funktionalität und Brauchbarkeit in der Praxis beweisen.

Die Autoren möchten Prof. Dr.-Ing. **Alexander Knoll** (Hochschule München) und Prof. Dr.-Ing. **Florian Holzapfel** (Technischen Universität München) für ihre Unterstützung danken.

⁵Diese wurde basierend auf einem Matlab-Skript [24] für die Anzeige energiespezifischer Parameter angepasst.

Gefördert durch



Bayerisches Staatsministerium für
Wirtschaft und Medien, Energie
und Technologie

Literatur

- [1] BÖCKH, P. v. ; WETZEL, T. : *Wärmeübertragung: Grundlagen und Praxis*. 5., überarb. und erw. Aufl. 2014. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2014. – ISBN 3642377319
- [2] CORINO, S. ; ROMERO, E. ; MANTILLA, L. F.: How the efficiency of induction motor is measured? In: *Renewable Energy & Power Quality Journal* Vol. 1 (2008), Nr. 6
- [3] DRELA, M. : Second-Order DC Electric Motor Model / MIT Aero & Astro. 2006. – Forschungsbericht
- [4] ERICKSON, R. W. ; MAKSIMOVIC, D. : *Fundamentals of Power Electronics*. Second Edition. Boston, MA : University of Colorado, Boulder, 1997
- [5] FISCHER, R. : *Elektrische Maschinen*. 16. aktual. Aufl. München : Carl Hanser Fachbuchverlag, 2013. – ISBN 3446438130
- [6] FRATTA, A. ; SCAPINO, F. : Modeling Inverter Losses for Circuit Simulation. In: *Power Electronic Specialist Conference*. Aachen, Germany : IEEE, 2004, S. 4479–4485
- [7] H2FLY: *Homepage*. <http://h2fly.de/>, 2017. – zuletzt abgerufen am 18.07.2017
- [8] HANITSCH, R. : Energieeffiziente Antriebe - ein Aspekt beim Energiemanagement. In: ROSENBERG, W. (Hrsg.): *Fortschritte in der Energieeffizienz - Potentiale und Umsetzung*, Technische Universität Berlin, 2003
- [9] LEHRMANN, C. ; DREGER, U. ; LIENESCH, F. : Wirkungsgradbestimmung an elektrischen Maschinen: Gegenüberstellung und Optimierung verschiedener Verfahren. In: *Technologie Energieeffizienz 2010* (2010), Nr. 11, S. 37–43
- [10] LEITNER, R. ; PIPREK, P. : *Elias - Initialer Aero-Datensatz (draft)*. Ottobrunn, 2014. – IABG Industrieanlagen-Betriebsgesellschaft mbH
- [11] MAPELLI, F. L. ; TARSITANO, D. ; MAURI, M. : Plug-In Hybrid Electric Vehicle: Modeling, Prototype Realization, and Inverter Losses Reduction Analysis. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* Vol. 57 (2010), Nr. 2
- [12] McDONALD, R. A.: Electric Propulsion Modeling for Conceptual Aircraft Design. In: *52nd Aerospace Sciences Meeting, National Harbor, Maryland*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2014, S. 13–17
- [13] MICHEL, M. : *Leistungselektronik: Einführung in Schaltungen und deren Verhalten*. 5. Aufl. Berlin : Springer, 2011. – ISBN 3642159834
- [14] MÜLLER, R. : *Elektrische Antriebe: Skript zur Vorlesung*. 2013. – Hochschule München
- [15] NASA (Hrsg.): *U.S. Standard Atmosphere*. Washington, D.C. : National Aeronautics and Space Administration, 1976
- [16] RIECK, M. ; BITTNER, M. ; GRÜTER, B. ; DIEPOLDER, J. : *FALCON.m: User Guide*. Garching, Germany: Technische Universität München, 2016. – Version 1.14
- [17] SACHS, G. ; LENZ, J. ; COSTA, O. da ; ROSS, H. ; IBR, P. : Solar Aircraft Trajectory Optimization for Performance Improvement. In: *First CEAS European Air and Space Conference*, Council of European Aerospace Societies, 2007, S. 10–13
- [18] SACHS, G. : Flight Performance Issues of Electric Aircraft. In: *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. Minneapolis, Minnesota, USA : American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2012
- [19] SACHS, G. : Unique Range Performance Properties of Electric Aircraft. In: *AIAA Atmospheric Flight Mechanics (AFM) Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics*. Boston, Massachusetts, USA : AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 2013
- [20] SACHS, G. ; LENZ, J. ; HOLZAPFEL, F. : Unlimited endurance performance of solar UAVs with minimal or zero electric energy storage. In: *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2009, S. 10–13
- [21] SCHMITZ, O. ; HORNING, M. : Methods for simulation and analysis of hybrid electric propulsion systems. In: *CEAS Aeronautical Journal* Vol. 6 (2015), Nr. 2, S. 245–256
- [22] SCHWEIZER, A. : *Formelsammlung und Berechnungsprogramme Anlagenbau: Stoffdaten Wärmeübergangskoeffizienten Gase*. http://www.schweizer-fn.de/stoff/wuebergang_gase/wuebergang_gase.php, 2017. – zuletzt abgerufen am 26.07.2017
- [23] SETTELE, F. ; KNOLL, A. : Untersuchung der Flugleistung eines Elektroflugzeuges mit einem neuartigen Elektromotor. In: *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress*. Rostock : Deutsche Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt-Lilienthal-Oberth eV, 2015
- [24] SOFTWARE.INFORMER: *Flight Instrument Simulator: Flight Instrument Simulator - a flight simulator written in MATLAB*. <http://flight-instrument-simulator.software.informer.com/>, Juni 2017. – zuletzt abgerufen am 18.07.2017
- [25] SOLAR IMPULSE: *Wir haben die Weltumrundung geschafft. 40'000km without fuel, a first for energy*. <http://www.solarimpulse.com/>, 2016. – zuletzt abgerufen am 13.07.2017
- [26] SPECIOVIUS, J. : *Grundkurs Leistungselektronik: Bauelemente, Schaltungen und Systeme*. 7., aktualisierte und überarb. Aufl. Wiesbaden : Springer Vieweg, 2015. – ISBN 978–3–658–03309–5
- [27] VOIT-NITSCHMANN, R. ; SCHUMANN, L. ; GEINITZ, S. : e-Genius-Elektroflugzeug in CFK-Bauweise. In: *Fachtagung Carbon Composites* (2012)
- [28] VOIT-NITSCHMANN, R. : *Solar- und Elektroflugzeuge - Geschichte und Zukunft*. Stuttgart : <https://elib.uni-stuttgart.de/handle/11682/3681>, 2002. – zuletzt abgerufen am 9.8.2017
- [29] VRATNY, P. C. ; FORSBACH, P. ; SEITZ, A. ; HORNING, M. : Investigation Of Universally Electric Propulsion Systems For Transport Aircraft. In: *29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS)*. St. Petersburg, 2014