

EINFLUSS DER DISKRETISIERUNG AUF DIE VERBINDUNGSSTEIFIGKEIT VON NIETVERBINDUNGEN IN FINITE-ELEMENT-MODELLEN UND EIN VORSCHLAG ZU DEREN VERBESSERUNG

Dr. C. Katzenschwanz
S. Giehler
Acentiss GmbH; 85521 Ottobrunn; Einsteinstr. 28a

Zusammenfassung

Bei der Modellierung von Nietverbindungen in Finite-Element-Modellen ist es Stand der Technik, die Fügebauteile über je einen Knoten mittels BUSH-Elementen zu verbinden. Die Steifigkeiten der BUSH-Elemente werden nach dem Handbuch-Strukturberechnung bzw. der Huth-Formel definiert. Neben der Huth-Formel existieren weitere Modelle, welche z.T. stark abweichende Steifigkeiten vorhersagen.

Wird diese Vorgehensweise auf die bislang meist verwendeten groben Modelle angewendet, ergeben sich Steifigkeiten im Bauteil, die analytisch berechneten Werten in etwa entsprechen. Es kann jedoch beobachtet werden, dass mit feiner werdender Diskretisierung die modellierte Steifigkeit der Verbindung nicht mehr konstant bleibt. Im Modell ist somit ein weiterer Einflussparameter zu erkennen, der keinem physikalischen Effekt entspricht. Der klassische Ansatz der Finiten-Element-Methode, dass mit zunehmend feinerer Diskretisierung die Ergebnisse besser vorhergesagt werden, ist nicht mehr gültig. In letzter Konsequenz wird der Kraftfluss im Bauteil in Folge einer verfeinerten Diskretisierung anders vorhergesagt; die Ergebnisse sind von der Diskretisierung abhängig.

Durch die immer feiner werdenden FE-Modelle, die zunehmend nicht nur zur Ermittlung der Kraftflüsse verwendet werden, tritt ein veränderter Kraftfluss auf. Insbesondere in Modellen mit gemischter Diskretisierung ist mit deutlichen Veränderungen der Kraftflüsse infolge der geänderten Steifigkeiten zu rechnen. Um dieser Veränderung der Steifigkeiten entgegen zu treten, wird eine andere Modellierung vorgeschlagen, indem die nach dem Stand der Technik punktförmige Verbindung besser flächig erfolgen sollte (Lastverteilung mittels RBE3-Elementen). Es kann gezeigt werden, dass diese Modellierung wieder von dem Nietdurchmesser, also einer geometrischen Größe der Verbindung, abhängig ist. Der Einfluss der Diskretisierung geht deutlich zurück und mit verschiedenen feinen Modellen werden gleiche Kraftflüsse im Bauteil vorhergesagt.

1. SYMBOLE

E	E-Modul	[MPa]
u	Verschiebung	[mm]
k	Steifigkeit	[N/mm]
C	Nachgiebigkeit	[mm/N]
t	Wandstärke	[mm]
d	Nietdurchmesser	[mm]
a,b	Koeffizienten der Huth-Formel	[-]
A,B	Koeffizienten der Swift-Formel	[-]
n	Anzahl Schnitte	
1,2	Index für die Fügebauteile	
3	Index für Niet	

2. EINFÜHRUNG

Die Finite-Element-Methode ist heute ein Werkzeug, welches in der Simulation von Strukturen der Luft- und Raumfahrt standardmäßig angewendet wird. Durch die immer leistungsfähigeren Rechner wird es möglich die Modelle zunehmend zu verfeinern. War es früher nicht möglich, einzelne Verbindungsstellen diskret abzubilden, wird dies heute mehr und mehr genutzt, um detailliertere Aussagen zum Lastniveau zu erhalten.

Um den Einfluss der Idealisierung und Diskretisierung von Verbindungen auf die Lastverteilung zu untersuchen sind ein- und zweischnittige Verbindungen mit Hilfe der Finiten Elemente untersucht worden.

Eine einschnittige Verbindung besteht dabei aus zwei Fügebauteilen (BILD 1), die über Nieten verbunden sind, während die zweischnittige Verbindung aus drei Fügebauteilen besteht (BILD 2).

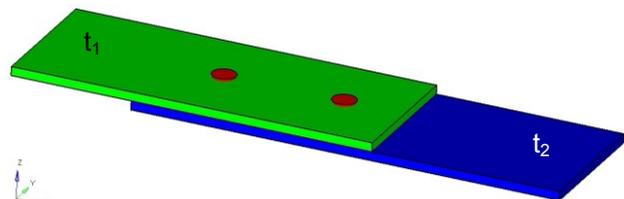


BILD 1. Einschnittige Nietverbindung

In den analytischen Modellen wird bei der zweischnittigen Verbindung davon ausgegangen, dass die beiden äußeren Fügebauteile jeweils gleiche Steifigkeiten aufweisen. Damit wird eine symmetrische Verbindung unterstellt die in realen Strukturen meist nicht gegeben ist.

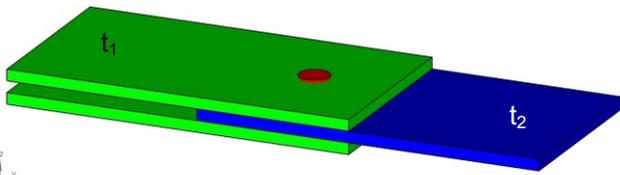


BILD 2. Zweischnittige Nietverbindung

In analytischen Modellen wird die Verbindung meist aus einer Kombination von Federn idealisiert (BILD 3). Anwendung findet dieses Modell auch in dem Berechnungsverfahren des Handbuchs Strukturberechnung [4].

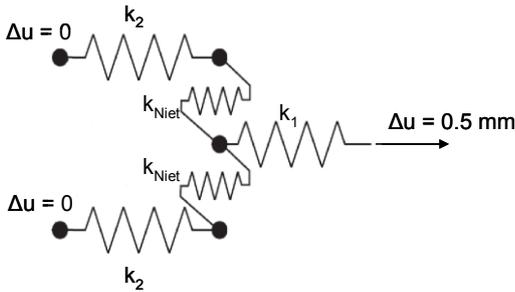


BILD 3. Analytisches Modell einer zweischnittigen Nietverbindung

Die Füge­teile werden hierbei als Federn bzw. Stäbe mit den Querschnittsflächen der Füge­teile angenommen. Für die Nachgiebigkeit der Verbindungsstelle existieren verschiedene Modelle, von denen hier drei vorgestellt werden.

Bei mehrreihigen Nietverbindungen entsteht ein System von Federn, welches einem statisch unbestimmten System entspricht. Der Lastfluss ist somit von den Steifigkeiten abhängig.

3. MODELLIERUNG DER VERBINDUNGSSTEIFIGKEIT

Für die analytische Berechnungen z.B. nach HSB [4] wird auf lineare Modelle zurückgegriffen. Für die Nachgiebigkeit der Verbindung in Scherrichtung wird darin die Gleichungen von Huth [1] verwendet, die sich im deutschsprachigen Raum als die am häufigsten verwendete Formulierung durchgesetzt hat. Diese Huth-Formel ist sowohl für ein- als auch zweischnittige Verbindungen anwendbar.

$$(1) C = \left(\frac{t_1 + t_2}{2d} \right)^a \times \frac{b}{n} \left(\frac{1}{t_1 E_1} + \frac{1}{n t_2 E_2} + \frac{1}{2 t_1 E_3} + \frac{1}{2 n t_2 E_3} \right)$$

Die Nachgiebigkeit einer Verbindung setzt sich zusammen aus Anteilen aus

- der Biegung des Nietes,
- der Scherung des Nietes
- der Lochleibung von Niet und Füge­teil sowie
- der Nachgiebigkeit in der Scherebene.

International ist diese Nachgiebigkeitsformel aber nur eine von mehreren Formulierungen.

So existieren neben anderen Formeln Formulierungen von Tate & Rosenfeld [3]

$$(2) C = \left(\frac{8t_2^3 + 16t_2^2 t_1 + 8t_2 t_1^2 + t_1^3}{192 E_3 I_3} + \frac{2t_2 + t_1}{3 G_3 A_3} + \frac{2t_2 + t_1}{t_2 t_1 E_3} + \frac{1}{t_2 E_2} + \frac{2}{t_1 E_1} \right)$$

oder Swift (Douglas Aircraft Company) ([1] mit A=5.0, B=0.8):

$$(3) C = \frac{1}{E_3 d} \left[A + B d \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) \right]$$

Nicht alle Gleichungen gelten für alle Verbindungsformen, so dass nach einschnittigen und zweischnittigen Verbindungen unterschieden werden muss. Gleichung (2) legt eine zweischnittige Verbindung zu Grunde während Gleichung (3) nur für eine einschnittige Verbindung gültig ist.

Um die verschiedenen Modelle zu vergleichen, wird die Steifigkeit für eine von Huth vermessene Probe „IISS01“ dargestellt [1].

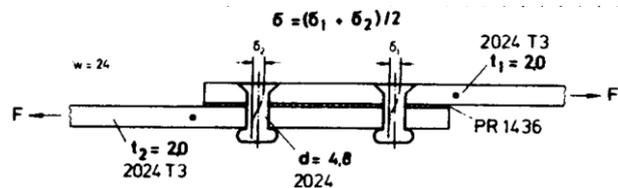


BILD 4. Geometrie der Probe IISS01 [1]

Diese einschnittige Probe ist durch folgende Parameter definiert:

Füge­teil-Material	2024-T3 E = 72000 MPa
Füge­teil-Dicke	t ₁ = t ₂ = 2.1 mm
Niet-Art	Vollniet mit Senkkopf
Niet-Material	2024-T4 E = 72000 MPa
Niet-Durchmesser	d = 4.8 mm
Huth-Koeffizienten	a = 0.4; b = 2.2
Douglas-Koeffizienten	A = 5; B = 0.80

TAB 1. Parameter der Probe IISS01

So zeigt sich, dass die Formulierung nach Swift im Vergleich zur Huth-Formel eine um ca. 25% höhere Steifigkeit voraussagt, ein detaillierter Vergleich erfolgte in [2] für weitere Modelle.

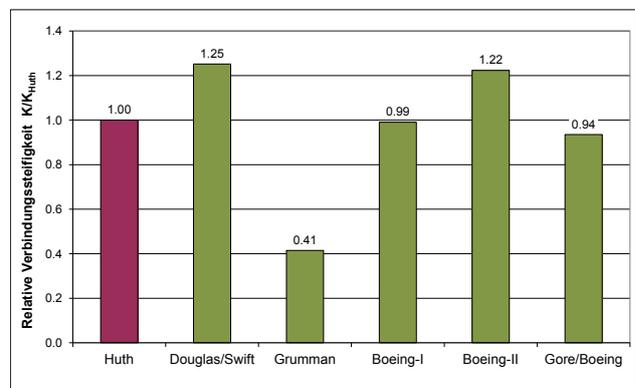


BILD 5. Vergleich der Verbindungssteifigkeit für die einschnittige Probe IISS01 [2]

Bei zweischnittigen Verbindungen sind die Unterschiede zwischen Tate & Rosenfeld auf der einen Seite und Huth auf der anderen Seite z.T. noch deutlich größer [2].

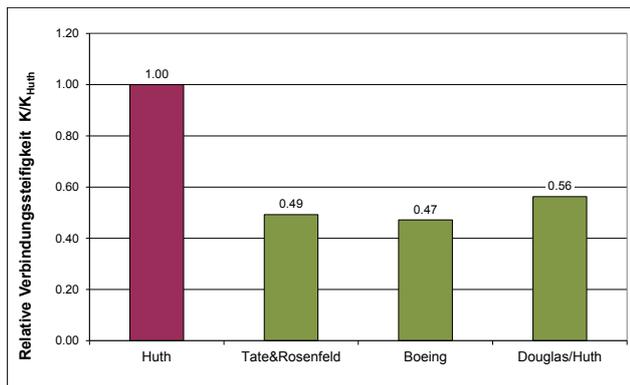


BILD 6. Vergleich der Verbindungssteifigkeit für die zweischnittige Probe IIDS01 [2]

Daraus ergibt sich, dass für die Bewertung der Lastverteilung in einem Bauteil die Verbindungssteifigkeiten variiert werden sollten, um die Sensitivität der Lastflüsse erkennen zu können.

Weitere Einflüsse ergeben sich aus der Anwendung dieser Steifigkeiten in Finite-Element-Modellen.

4. FE-MODELLIERUNG DER NIETVERBINDUNG

In der Finite-Element-Modellierung von Verbindungen ist es Stand der Technik, die durch Schalenelemente idealisierten Fügeiteile über Federelemente mit 6 Freiheitsgraden (BUSH-Elemente) als Knoten zu Knoten-Verbindung abzubilden. Die Federsteifigkeiten für Scherbelastungen werden hierbei z.B. nach der Huth-Formel berechnet.

In BILD 7 ist eine solche Modellierung einer einschnittigen Verbindung dargestellt.

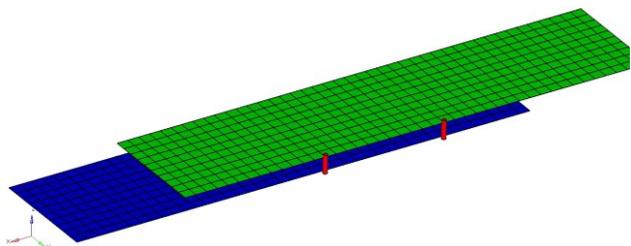


BILD 7. Idealisierung einer einschnittigen Nietverbindung (Schnittdarstellung)

4.1. Einfluss der Diskretisierung auf die modellierte Verbindungssteifigkeit

Durch die immer leistungsfähigeren Rechner werden heute Finite-Elemente-Modelle auch in der Luftfahrt nicht mehr nur zur Bestimmung der Lastverteilung genutzt, sondern zunehmend auch für Festigkeitsnachweise.

Die Modellierung der Verbindungssteifigkeit wird nach aktueller Modellierpraxis über lineare Federn realisiert. Als

Verbindungselemente werden meist sogenannte BUSH-Elemente verwendet, die in 6 Freiheitsgraden Steifigkeiten zwischen je zwei Knoten abbilden. Für die Schersteifigkeit wird meist die Inverse der Nachgiebigkeit nach der Huth-Formel verwendet.

Bei Anwendung der Finiten-Elemente sollte im Rahmen einer Konvergenzanalyse untersucht werden, wann eine ausreichende Netzfeinheit erreicht ist. Dies ist anzunehmen, wenn sich bei Statikanalysen die Spannungen im Bauteil nicht mehr ändern. Wird dies auf Modelle mit Nietverbindungen angewendet, zeigt sich jedoch eine Veränderung der globalen Lasten.

Zum Vergleich wird dazu eine zweischnittige Verbindung betrachtet, bei der an den beiden äußeren Fügeiteilen eine Einspannung erfolgt, während für das mittlere Fügeiteil eine Verschiebung vorgegeben wird (siehe auch BILD 3). Mit den gewählten Abmessungen der Fügeiteile und der Anwendung der Huth-Formel für die Verbindungssteifigkeit kann die Nietlast bestimmt werden.

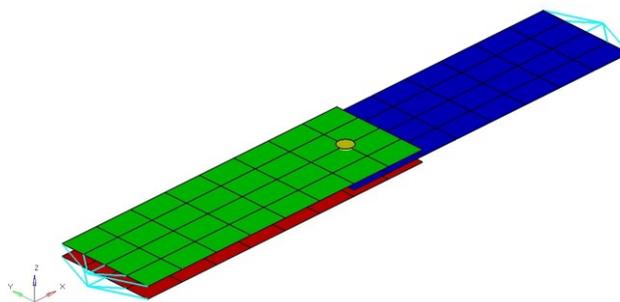


BILD 8. Idealisierung einer zweischnittigen Nietverbindung bei einer Elementkantenlänge von 2d

Die Vorgabe einer Verschiebung wurde gewählt, weil reale Strukturen meist mehrere Lastpfade aufweisen. Die Verteilung der Kraftflüsse erfolgt dann nach den Steifigkeitsverhältnissen. Dies entspricht für das Prinzipmodell einer Vorgabe einer Verschiebung.

Im Folgenden wird aufgezeigt, wie sich die mit der FE-Methode berechnete Nietlast ändert, wenn die Elementkantenlänge variiert wird.

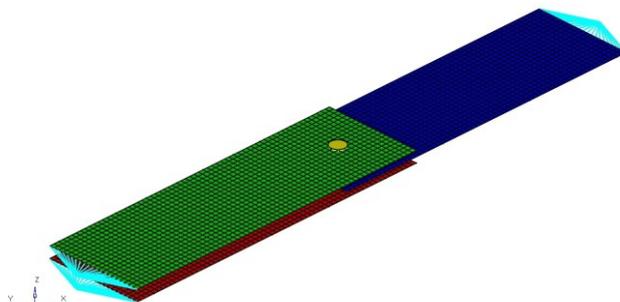


BILD 9. Idealisierung einer zweischnittigen Nietverbindung bei einer Elementkantenlänge von 0.5d

Dazu wird das FE-Modell schrittweise verfeinert. Beginnend mit einer Elementkantenlänge von 2d (BILD 8), dies entspricht zwei Elementen zwischen zwei Nietpositionen, wird verfeinert bis zu 0.5d, was 8

Elementen zwischen zwei Nietpositionen entspricht (BILD 9).

Die in der Rechnung ermittelten Scherlasten im Niet werden dabei der analytisch berechneten Nietlast gegenübergestellt (BILD 10).

Es zeigt sich, dass keines der FE-Modelle die analytisch ermittelte Nietlast wiedergibt. Ferner zeigt sich, dass mit zunehmender Verfeinerung die Nietlast weiter abfällt. Dies widerspricht der Lehre zu Finiten-Elementen, bei denen eine schrittweise Verfeinerung der Netze zu einer Konvergenz in den Ergebnissen führen soll.

Der Vergleich mit einem analytischen Modell des von Huth auf zweischnittige Verbindungen übertragenen Swift-Modells zeigt aber auch, dass die Ergebnisse der FE-Modelle zwischen denen beider analytischen Modelle bleiben.

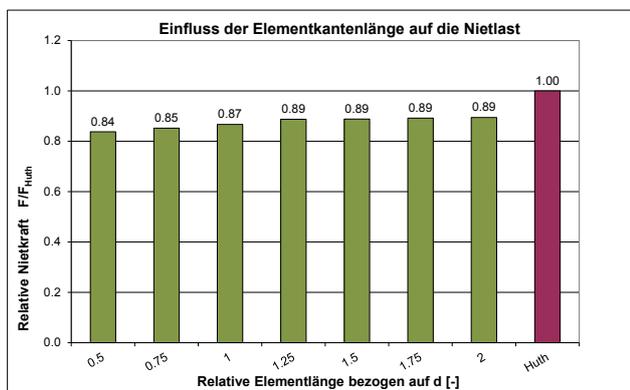


BILD 10. Relative Nietkraft in Abhängigkeit der Elementkantenlänge für eine zweischnittige Verbindung

Für einschnittige Verbindungen kann die Reduktion der Nietlast noch deutlich größer ausfallen, in [2] wird gezeigt, dass diese Reduktion bis zu 19% betragen kann.

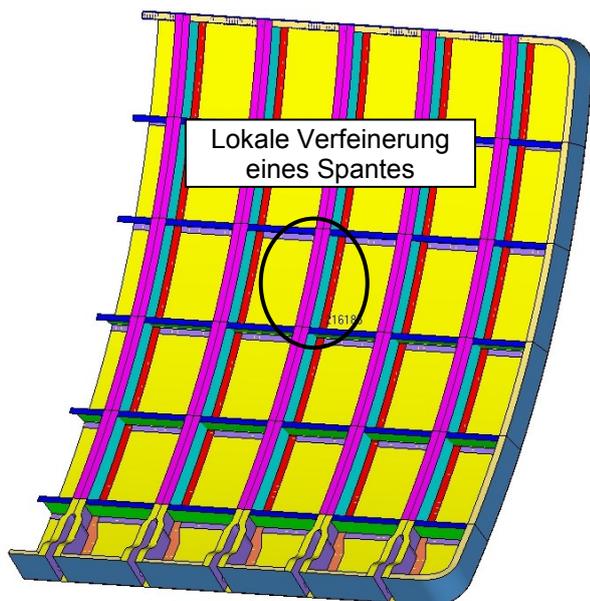


BILD 11. Prinzipmodell eines Frachttors in einem Rumpfausschnitt [5]

Dieses Verhalten einer modellierten Nietverbindung kann auch an größeren Modellen wie z.B. einem Prinzipmodell eines typischen Flugzeugfrachttors gezeigt werden (BILD 11). Hier ist die Reduktion der Nietlast um 25% zu beobachten, wenn lokal die Elementkantenlänge im Bereich des markierten Spantes geviertelt wird (BILD 12).

Dies ist ein nicht-physikalisches Verhalten, welches die Qualität des FE-Modells stark beeinträchtigt. Es müsste eine Erweiterung der Formel zur Bestimmung der Verbindungssteifigkeit gesucht werden, die den Einfluss der Elementkantenlänge berücksichtigt.

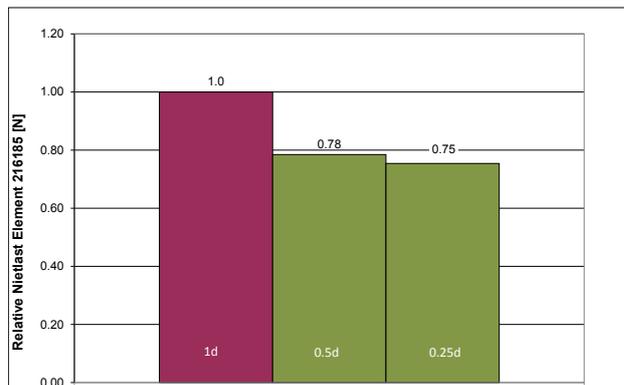


BILD 12. Änderung der Nietlast infolge der Verfeinerung des Modells

4.2. Vorschlag zur Reduktion der Abhängigkeit von der Diskretisierung

Um dieser Veränderung der Steifigkeiten und der daraus resultierenden Lastverteilung entgegen zu treten, wird eine andere Modellierung vorgeschlagen.

Die punktförmige Verbindung der Füge-teile sollte besser durch eine flächig verteilte Verbindung erfolgen. Dies lässt sich mit einer Lastverteilung mittels RBE3-Elementen erreichen.

Untersucht werden verschiedene Größen der Abstützung der Federelemente an den Füge-teilen. Variiert wurde eine Abstützung im Bereich von 1- bis 2-mal dem Niet-durchmesser d.

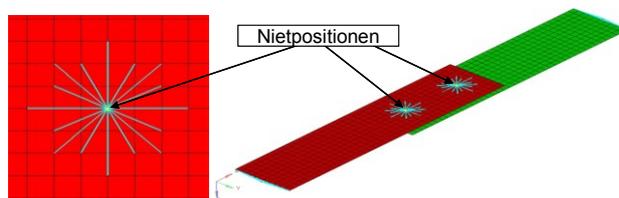


BILD 13. Abstützung der Nietverbindung mittels eines RBE3-Elementes mit 1.5d

Es zeigt sich, dass diese Modellierung wieder von dem Nietdurchmesser, also einer geometrischen Größe der Verbindung, abhängig ist. Der Einfluss der Diskretisierung geht deutlich zurück und mit verschiedenen feinen Modellen werden gleiche Kraftflüsse im Bauteil vorhergesagt.

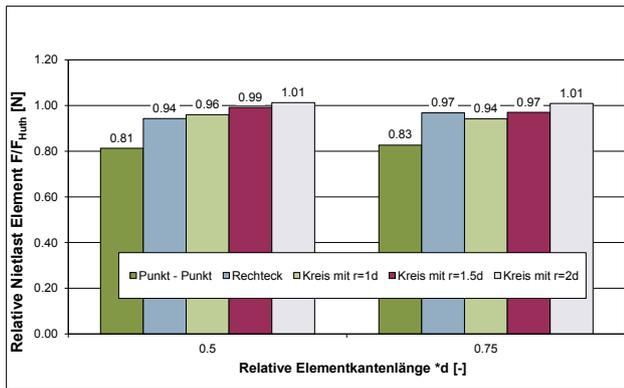


BILD 14. Nietkraft über der Elementkantenlänge für eine zweischnittige Verbindung mit RBE3-Element

Aus BILD 14 zeigt sich, dass mit einer Abstützung im Bereich zwischen dem 1.5- bis 2.0-fachen des Nietdurchmessers d die analytisch berechnete Steifigkeit wieder hergestellt werden kann. Dies ist eine geometrische Größe, welche in der Modellierung berücksichtigt werden kann.

Bei Anwendung dieser Modellieretechnik wird der Lastfluss wieder unabhängig von der gewählten Diskretisierung.

Auch bei der Anwendung der Modellieretechnik auf ein Gesamtmodell kann der gefundene Einfluss bestätigt werden.

5. SCHRIFTTUM

- [1] Huth, H.; Zum Einfluß der Nietnachgiebigkeit mehrreihiger Nietverbindungen auf die Lastübertragungs- und Lebensdauervorhersage; Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF), Darmstadt, 1984
- [2] Giehler, S.; FE – Modellierung von Verbindungen und deren Festigkeitsnachweis; Diplomarbeit an der Hochschule München; Februar 2012
- [3] Tate, M. B.; Rosenfeld, S. J.; Preliminary Investigation of the loads carried by individual bolts in bolted joints, National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note No. 1051, Washington, 1946
- [4] IASB; Load distribution in bolted/riveted, metallic joints (linear theory); Handbuch Strukturberechnung HSB 21031-01; Issue C; 1991
- [5] Hofmiller, J.; Gestaltung typischer Lasteinleitungselemente von Flugzeugfrachttoren in Faserverbundbauweise; Diplomarbeit an der Hochschule München; 2010