

ADAPTIVE REGELUNG LINEARISIERTER SYSTEME UNTER VERWENDUNG GESPEICHERTER DATEN IM LERNGESETZ

M. Mühlegg, F. Holzapfel
Lehrstuhl für Flugsystemdynamik, Technische Universität München,
85748 Garching bei München

Zusammenfassung

Gegenstand der Untersuchung ist die Anwendung der modellbasierten adaptiven Regelung auf lineare Systeme unter Verwendung gespeicherter Daten im Lerngesetz. Vorausgegangene Ergebnisse haben gezeigt, dass die Verwendung gespeicherter Daten im Lerngesetz in der Abwesenheit von Störungen zu exponentieller Stabilität des geschlossenen Regelkreises führt. Im Gegensatz zu klassischen Lerngesetzen wird eine dauerhafte Anregung der Systemzustände nicht benötigt um dies zu garantieren. Vielmehr existiert eine verifizierbare Bedingung für die lineare Unabhängigkeit der gespeicherten Daten, die ausreicht um die exponentielle Stabilität des geschlossenen Regelkreises zu erhalten. Die durch diese Methode erzielte Verbesserung des Systemverhaltens wird mit Hilfe numerischer Simulationen und einer experimentellen Anwendung demonstriert.

1. EINLEITUNG

Die Aufgabe der modellbasierten adaptiven Regelung (MRAC) für lineare Systeme besteht darin durch gezielte Veränderung adaptiver Parameter die Streckendynamik einer entsprechend gewählten Referenzdynamik anzugleichen. Zu Grunde liegt die Annahme zur Existenz idealer Werte dieser Verstärkungsfaktoren, die das Erreichen der Regelaufgabe sicherstellen. Sollten die adaptiven Parameter zu ihren idealen Werten konvergieren, so übernimmt der geschlossene Regelkreis die Eigenschaften der Referenzdynamik. Die meisten klassischen ([1], [2], [3], [4]) und einige aktuelle MRAC Ansätze ([5], [6]) verwenden für die Adaption der Parameter ausschließlich augenblicklich zur Verfügung stehende Daten. Nach Boyd und Sastry ([7]) tritt die Konvergenz der Parameter in diesem Fall nur auf falls das Frequenzspektrum der Führungsgröße ausreichend groß ist und dadurch eine kontinuierliche Anregung aller Zustände des Systems dauerhaft gewährleistet ist. Eine so gestaltete Führungsgröße führt zwangsläufig zu hohen Belastungen des physikalischen Systems, einem erhöhten Treibstoffverbrauch und ist oft operationell undurchführbar. Gerade deshalb ist ein unnötig großes Frequenzspektrum der Führungsgröße bei Anwendungen der Luft- und Raumfahrt unerwünscht.

Chowdhary ([8], [9]) stellte eine Methode, das sogenannte „concurrent Learning“, vor, welche momentane Daten gleichzeitig mit aufgezeichneten Daten verwendet, um die adaptiven Parameter anzupassen. Die zu Grunde liegende Idee ist, dass, falls Datenpunkte zu einem Zeitpunkt gespeichert wurden zu dem die Anregung der Systemzustände ausreichend groß war, diese Informationen später verwendet werden können, um Parameterkonvergenz zu erreichen.

Dieses Manuskript behandelt die Anwendung von MRAC auf lineare Systeme unter Verwendung gespeicherter Daten im Lerngesetz. Es wird gezeigt wie concurrent Learning exponentielle Stabilität der Regel- und

Parameterfehlerdynamik sicherstellt ohne eine dauerhafte Anregung der Systemzustände zu benötigen. Vielmehr existiert eine verifizierbare Bedingung für die lineare Unabhängigkeit der gespeicherten Datenpunkte, die die exponentielle Stabilität des Gesamtsystems sicherstellt. Die Effektivität der Regelungsstrategie wird mit Hilfe numerischer Simulation und der Anwendung an einem realen System gezeigt.

Der Aufbau dieses Manuskripts ist wie folgt: Kapitel 2 beschreibt die Problemstellung und fasst die Grundlagen von MRAC zusammen. Kapitel 3 zeigt wie mit Hilfe gespeicherter Daten exponentielle Stabilität des geschlossenen Regelkreises erreicht wird. Numerische Simulationen mit concurrent Learning werden in Kapitel 4 durchgeführt. In Kapitel 5 wird concurrent Learning experimentell auf ein Helikoptermodell mit drei Freiheitsgraden angewendet. Kapitel 6 fasst die Ergebnisse zusammen und schließt das Manuskript ab.

2. GRUNDLAGEN DER MODELLBASIERTEN ADAPTIVEN REGELUNG FÜR LINEARE SYSTEME

Dieses Kapitel behandelt die klassische modellbasierte adaptive Regelung für lineare Systeme. Ausführlichere Abhandlungen zu diesem Thema liegen unter anderem von Aström ([3]), Narendra ([1]) und Tao ([4]) vor. In dieser Arbeit wird ein lineares, zeitinvariantes System folgender Form betrachtet:

$$(1) \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

Hierbei stellt $x(t) \in \mathbb{R}^n$ den Zustandsvektor, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Systemmatrix, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ die Eingangsmatrix und $u(t) \in \mathbb{R}^m$ die Steuergröße dar. Es wird angenommen, dass das System (A, B) in Gleichung (1) steuerbar ist und dass B vollen Spaltenrang hat. Zusätzlich wird angenommen, dass der Zustandsvektor $x(t)$ vollständig als Messung zur Verfügung steht. Für MRAC wird eine stationär genaue

Referenzdynamik mit gewünschtem transienten Verhalten definiert:

$$(2) \dot{x}_{rm}(t) = A_{rm}x_{rm}(t) + B_{rm}r(t).$$

Hierbei stellt $x_{rm}(t) \in \mathbb{R}^n$ den Zustandsvektor des Referenzmodells, $A_{rm} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Systemmatrix des Referenzmodells, $B_{rm} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ die Eingangsmatrix des Referenzmodells und $r(t) \in \mathbb{R}^m$ die Führungsgröße dar. Die Matrix A_{rm} ist so gewählt, dass alle Eigenwerte in der linken Halbebene liegen.

BILD 1 zeigt die Struktur der modellbasierten adaptiven Regelung für lineare Systeme. Die Steuergröße $u(t)$ besteht aus einem Vorwärtszweig $u_{rm}(t) = K_r^T(t)r(t)$ mit den zeitvarianten Koeffizienten $K_r(t) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ und einer Zustandsrückführung $u_{pd}(t) = K_x^T(t)x(t)$ mit den zeitvarianten Gewichten $K_x(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$, so dass gilt:

$$(3) u(t) = u_{rm}(t) + u_{pd}(t)$$

Einsetzen der Steuergröße in Gleichung (1) liefert

$$(4) \dot{x}(t) = Ax(t) + BK_r^T(t)r(t) + BK_x^T(t)x(t).$$

Das Regelungsziel ist, die zeitvarianten Gewichte $K_r(t)$ und $K_x(t)$ so zu verändern, dass die Dynamik des geregelten Systems der Referenzdynamik in Gleichung (2) entspricht. Zu Grunde liegt die Annahme, dass konstante optimale Gewichte $K_r^* \in \mathbb{R}^{m \times m}$ und $K_x^* \in \mathbb{R}^{n \times m}$ existieren, so dass gilt:

$$(5) A_{rm} = A + BK_x^{*T}$$

$$(6) B_{rm} = BK_r^{*T}$$

Die Parameterfehler $\tilde{K}_x(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ und $\tilde{K}_r(t) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ zwischen den aktuellen und den optimalen Gewichten werden definiert als

$$(7) \tilde{K}_x(t) = K_x(t) - K_x^*$$

$$(8) \tilde{K}_r(t) = K_r(t) - K_r^*.$$

Addieren und Subtrahieren der Terme $BK_x^{*T}x(t)$ und $BK_r^{*T}r(t)$ in Gleichung (4) liefert

$$(9) \dot{x}(t) = A_{rm}x(t) + B_{rm}(t)r(t) + B(\tilde{K}_x(t)x(t) + \tilde{K}_r(t)r(t)).$$

Die spätere Anwendung von concurrent Learning erfordert die Kombination der Parameter als auch der Zustands- und Führungsgrößen in Matrizen:

$$(10) \theta(t) = \begin{bmatrix} K_r(t) \\ K_x(t) \end{bmatrix}; \varphi(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ x(t) \end{bmatrix}$$

Hierbei gilt $\theta \in \mathbb{R}^{(m+n) \times m}$ und $\varphi(t) \in \mathbb{R}^{(m+n)}$. Die optimalen Gewichte θ^* und der Parameterfehler $\tilde{\theta}(t)$ ergeben sich analog. Damit gilt für Gleichung (9):

$$(11) \dot{x}(t) = A_{rm}x(t) + B_{rm}(t)r(t) + B\tilde{\theta}(t)\varphi(t)$$

Die Definition der Regelabweichung zu $e(t) = x(t) - x_{rm}(t)$ liefert folgende Fehlerdynamik:

$$(12) \dot{e}(t) = A_{rm}e(t) + B\tilde{\theta}(t)\varphi(t)$$

Konvergieren die adaptiven Parameter zu ihren optimalen Werten, so verschwindet der zweite Term in Gleichung (12). Da alle Eigenwerte der Matrix A_{rm} in der linken Halbebene liegen, ist das resultierende System exponentiell stabil. Nach Haddad ([10]) existiert für solche A_{rm} und eine positiv definite Matrix $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ immer eine positiv definite Matrix $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, welche die folgende Lyapunov-Gleichung erfüllt:

$$(13) 0 = A_{rm}^T P + P A_{rm} + Q$$

Das folgende klassische gradientenbasierte Lerngesetz passt die Parameter in Abhängigkeit der aktuellen Regelabweichung an und garantiert Beschränktheit des Regel- und Parameterfehlers ([3], [1], [2]):

$$(14) \dot{\theta}(t) = -\Gamma_{\theta} \varphi(t) e^T P B$$

Die Anwendung von Barbalats Lemma ([11]) garantiert die asymptotische Stabilität der Fehlerdynamik aus Gleichung (12). Obiges Lerngesetz garantiert allerdings nicht die Konvergenz der adaptiven Parameter gegen ihre optimalen Werte, sondern nur die Beschränktheit des Parameterfehlers. Nur falls das Spektrum der Führungsgröße ausreichend groß ist, tritt auch Parameterkonvergenz ein ([7]).

Falls Störungen das System beeinflussen garantiert das Lerngesetz in Gleichung (14) nicht mehr, dass der Parameterfehler beschränkt bleibt. Um in diesem Fall eine Stabilisierung des Gesamtsystems zu erreichen, ist das Lerngesetz um zusätzliche Terme, wie der σ -Modifikation von Ioannou ([2]) oder der e -Modifikation von Narendra ([1]), zu erweitern.

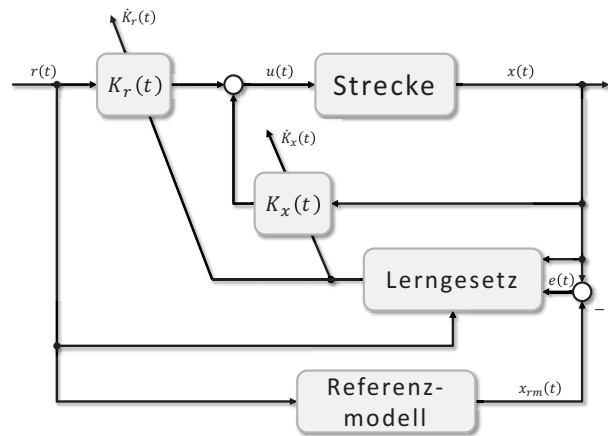


BILD 1. Struktur der modellbasierten adaptiven Regelung für lineare Systeme

3. MRAC UNTER VERWENDUNG GESPEICHERTER DATEN IM LERNGESETZ

Dieses Kapitel behandelt concurrent Learning als Erweiterung der klassischen MRAC Lerngesetze. Concurrent Learning verwendet neben der aktuellen Regelabweichung auch aufgezeichnete Daten um die adaptiven Parameter anzupassen. Dazu werden speziell ausgewählte Zustandsvektoren $x(t)$ und Führungsgrößen $r(t)$ in einer Matrix $\varphi_H \in \mathbb{R}^{(m+n) \times p}$, im Folgenden „History Stack“ genannt, gespeichert. Auf Grund der begrenzten Rechnerkapazität ist die speicherbare Anzahl an Punkten auf p Einträge beschränkt. Für den History Stack gilt dann $\varphi_H = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_p]$, wobei φ_j den zum Zeitpunkt t_j

gespeicherten Regressorvektor bezeichnet. Generell werden nur Vektoren selektiert welche ausreichend unterschiedlich zum zuletzt gespeicherten Punkt sind und den Rang von φ_H nicht erniedrigen. Sobald der History Stack mindestens eine der Dimension des Regressorvektors φ_j entsprechende Anzahl an linear unabhängigen Vektoren beinhaltet, garantiert concurrent Learning in der Abwesenheit von Störungen exponentielle Stabilität des geschlossenen Regelkreises ([8], [9]). Die maximale Anzahl an speicherbaren Punkten entspricht deswegen mindestens der Dimension des Regressorvektors φ_j . Sobald der History Stack voll ist, wird ein Algorithmus auf neue Daten angewendet, welcher nur die Punkte speichert, die den minimalen Singulärwert von φ_H erhöhen ([9], [12]).

Neben dem Regressorvektor φ_j ist die Speicherung der Unsicherheit $\theta^{*T}\varphi_j$ zu den gleichen Zeitpunkten t_j notwendig. Durch Vergleich mit der aktuellen Schätzung $\theta^T(t)\varphi_j$ der Unsicherheit wird ein gradientenbasierter Ansatz im Lerngesetz verwendet, um den Parameterfehler zu reduzieren. Es ist wichtig, dass die optimalen Gewichte θ^* zu keiner Zeit bekannt sein müssen. Um $\theta^{*T}\varphi_j$ berechnen zu können, ist allerdings die Zeitableitung des Zustandsvektors \dot{x}_j zum Zeitpunkt t_j erforderlich. Diese ist in den meisten Fällen nicht messbar und muss deswegen geschätzt werden (Ein Fall in dem die Messung von \dot{x}_j möglich ist, ist bei der Regelung der Geschwindigkeit). Für concurrent Learning ist es nicht notwendig, dass die zu speichernden Daten sofort zur Verfügung stehen. Stattdessen können Techniken mit Zeitverzug dazu verwendet werden um \dot{x}_j zu schätzen. Eine solche Methode ist das „Optimal fixed-point Smoothing“ ([13]). Dazu wird ein Kalman Filter für die Daten bis t_j benutzt. Eine gute Schätzung von \dot{x}_j wird erreicht indem auf die Daten in einem Zeitbereich $[t_j \dots T]$, $T > t_j$, zusätzlich ein rückwärtsgerichteter Kalman Filter angewendet wird. Weitere Informationen über die Implementation von Optimal fixed-point Smoothing können [14] entnommen werden. Für die theoretischen Betrachtungen in diesem Manuskript wird angenommen, dass \dot{x}_j bekannt ist.

Der folgende Abschnitt fasst die Theorie von concurrent Learning zusammen. Weiterhin wird mit Hilfe der direkten Methode von Lyapunov exponentielle Stabilität des geschlossenen Regelkreises gezeigt. Die Unsicherheit $\theta^{*T}\varphi_j$ zum Zeitpunkt t_j wird durch Umstellung von Gleichung (11) errechnet:

$$(15) \theta^{*T}\varphi_j = (B^TB)^{-1}B^T(A_{rm}x_j - \dot{x}_j + B_{rm}r_j + B\theta_j^T\varphi_j)$$

Da die Eingangsmatrix B vollen Spaltenrang besitzt, existiert die Inverse $(B^TB)^{-1}$. Für jeden Datenpunkt j errechnet sich das Fehlersignal basierend auf gespeicherten Daten aus dem Vergleich zwischen der aktuellen Schätzung der Unsicherheit und der gespeicherten Unsicherheit:

$$(16) \epsilon_j(t) = \theta^T(t)\varphi_j - \theta^{*T}\varphi_j = \tilde{\theta}(t)\varphi_j$$

Das concurrent Learning Lerngesetz setzt sich analog zu Gleichung (14) aus einem Teil abhängig von der aktuellen Regelabweichung und einem Teil basierend auf den gespeicherten Daten zusammen:

$$(17) \dot{\theta}(t) = -\Gamma_\theta\varphi(t)e^T(t)PB - \Gamma_\theta\sum_{j=1}^p\varphi_j\epsilon_j^T(t)$$

Die Stabilität des geschlossenen Regelkreises wird anhand der direkten Methode von Lyapunov gezeigt ([10],

[11]). Folgende positiv definite Funktion wird als Lyapunov-Kandidat gewählt:

$$(18) V(e(t), \tilde{\theta}(t)) = \frac{1}{2}e^T(t)Pe(t) + \frac{1}{2}Sp(\tilde{\theta}^T(t)\Gamma_\theta^{-1}\tilde{\theta}(t))$$

Der Operator $Sp(\cdot)$ gibt die Spur einer Matrix zurück. Als Voraussetzung für die Stabilität des betrachteten Systems muss die Zeitableitung der Kandidatenfunktion negativ definit bzw. negativ semi-definit sein. Einsetzen der Fehlerdynamik aus Gleichung (12) und des Lerngesetzes aus Gleichung (17) in die Zeitableitung von Gleichung (18) liefert

$$(19) \dot{V}(e(t), \tilde{\theta}(t)) = -\frac{1}{2}e^T(t)Qe(t) + e^T(t)PB\tilde{\theta}^T(t)\varphi(t) + Sp(-\tilde{\theta}^T(t)\varphi(t)e^T(t)PB - \tilde{\theta}^T(t)\sum_{j=1}^p\varphi_j\epsilon_j^T(t)).$$

Durch Auflösen und Einsetzen von Gleichung (16) vereinfacht sich Gleichung (19) zu

$$(20) \dot{V}(e(t), \tilde{\theta}(t)) = -\frac{1}{2}e^T(t)Qe(t) - Sp(\tilde{\theta}^T(t)\sum_{j=1}^p\varphi_j\varphi_j^T\tilde{\theta}(t)).$$

Die Summe in Gleichung (20) kann durch folgende Substitution ersetzt werden:

$$(21) \Omega = \varphi_H\varphi_H^T = \sum_{j=1}^p\varphi_j\varphi_j^T$$

Einsetzen in Gleichung (20) liefert:

$$(22) \dot{V}(e(t), \tilde{\theta}(t)) = -\frac{1}{2}e^T(t)Qe(t) - Sp(\tilde{\theta}^T(t)\Omega\tilde{\theta}(t))$$

Um den Bereich zu bestimmen, in dem $\dot{V}(e(t), \tilde{\theta}(t))$ negativ ist, werden Normabschätzungen verwendet. Auf Vektoren wird die 2-Norm angewendet, auf Matrizen die Frobenius-Norm. Gleichung (22) ergibt sich zu

$$(23) \dot{V}(e(t), \tilde{\theta}(t)) = -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|e\|_2^2 - \lambda_{\min}(\Omega)\|\tilde{\theta}(t)\|_F^2.$$

Die Zeitableitung der Lyapunov Kandidatenfunktion in Gleichung (23) ist zumindest negativ semi-definit. Damit ist Gleichung (18) eine Lyapunov Funktion und nach der Lyapunov-Theorie sind Regel- und Parameterfehler damit beschränkt. Hat der History Stack zusätzlich vollen Rang, indem nur Vektoren φ_j gespeichert wurden, die linear unabhängig zu den bereits gespeicherten Daten waren, so ist die Matrix Ω positiv definit und es gilt $\lambda_{\min}(\Omega) > 0$. Die Zeitableitung der Lyapunov Funktion in Gleichung (23) ist damit negativ definit und das Gesamtsystem (global) asymptotisch stabil. Für exponentielle Stabilität müssen zusätzlich folgende Bedingungen für beliebige $\varepsilon > 0$ und $\alpha, \beta, p \geq 1$ erfüllt sein ([10]):

$$(24) \alpha\|\cdot\|^p \leq V(\cdot) \leq \beta\|\cdot\|^p$$

$$(25) \dot{V} \leq -\varepsilon V(\cdot)$$

Die Kombination von Regel- und Parameterfehler in einen Vektor liefert:

$$(26) \xi(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ vec(\tilde{\theta}(t)) \end{bmatrix}$$

Der Operator $vec(\cdot)$ kombiniert die Spalten einer Matrix zu einem Vektor.

Die Bedingung in Gleichung (24) wird für $p = 2$ durch Formulierung einer unteren und oberen Schranke für die Lyapunov-Funktion in Gleichung (18) erfüllt:

$$(27) \frac{1}{2} \min(\lambda_{\min}(P), \lambda_{\min}(\Gamma_{\theta}^{-1})) \|\xi(t)\|_2^2 \leq V(\xi(t)) \leq \frac{1}{2} \max(\lambda_{\max}(P), \lambda_{\max}(\Gamma_{\theta}^{-1})) \|\xi(t)\|_2^2$$

Um die zweite Bedingung in Gleichung (25) zu erfüllen wird die Zeitableitung der Lyapunov Funktion in Gleichung (23) umformuliert:

$$(28) \dot{V}(\xi(t)) \leq -\frac{1}{2} \min(\lambda_{\min}(Q), 2\lambda_{\min}(\Omega)) \|\xi(t)\|_2^2$$

Die zweite Bedingung ist für folgendes ε erfüllt ([9]):

$$(29) \varepsilon = \frac{\min(\lambda_{\min}(Q), 2\lambda_{\min}(\Omega))}{\max(\lambda_{\max}(P), \lambda_{\max}(\Gamma_{\theta}^{-1}))}$$

Unter Verwendung der Gleichungen (27), (28) und (29) gilt:

$$(30) \dot{V}(\xi(t)) \leq -\varepsilon V(\xi(t))$$

Damit ist der geschlossene Regelkreis (global) exponentiell stabil.

4. ERGEBNISSE DER NUMERISCHEN SIMULATION

Dieses Kapitel zeigt die Ergebnisse einer numerischen Simulation unter Verwendung von concurrent Learning. Folgendes Systemmodell wird simuliert:

$$(31) \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

Für den Reglerentwurf wird angenommen, dass die Systemmatrix unbekannt ist. Die Eigenwerte der Matrix liegen bei $\lambda_1 = 1,236$ und $\lambda_2 = -3,236$. Damit ist das System in Gleichung (31) instabil. Das Ziel des Reglerentwurfs ist, dass der geschlossene Regelkreis die Eigenschaften des folgenden Referenzmodells zweiter Ordnung mit natürlicher Frequenz $3,9 \text{ rad/s}$ und einer Dämpfung von $0,7$ übernimmt:

$$(32) \dot{x}_{rm}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -15,21 & -5,46 \end{bmatrix} x_{rm}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 15,21 \end{bmatrix} r(t)$$

Die Simulation läuft mit 1000 Hz für insgesamt 15 Sekunden. Die Führungsgröße ist aus zwei Teilen aufgebaut. Die ersten drei Sekunden bestehen aus einer Sinusfunktion mit einer Frequenz von 2 rad/s und einer Amplitude von 5° . Der zweite Teil besteht aus 3 Sprüngen mit einer Amplitude von 10° nach $4, 9$ und 14 Sekunden. Jeder Sprung hält für $2,5$ Sekunden an. Für die Regelung wird die Steuergröße aus Gleichung (3) sowie das concurrent Learning Lerngesetz aus Gleichung (17) benutzt. Die adaptiven Parameter in der Rückführung $K_x(t_0)$ werden mit dem Wert 0 initialisiert, der adaptive Parameter im Vorwärtszweig $K_r(t_0)$ mit $7,5$. Die optimalen adaptiven Parameter ergeben sich zu $K_x^* = [-19,21 \quad -3,46]^T$ und $K_r^* = 15,21$. Während des Experiments ist die Lernrate konstant und beträgt $\Gamma_{\theta} = 20$. Der History Stack ist zu Beginn der Simulation leer. Ein Vergleich mit dem klassischen Lerngesetz aus Gleichung (14) ermöglicht Aussagen über Änderungen des Systemverhaltens durch concurrent Learning.

BILD 2 zeigt das Ergebnis der numerischen Simulation. Während der Sinusfunktion bestehen deutliche

Abweichungen zwischen dem Referenzmodell und den Systemzuständen. Auch danach treten bei Verwendung des klassischen Lerngesetzes Abweichungen vom Referenzzustand auf. Im Gegensatz dazu sind die Verläufe der Zustände von Strecke und Referenzmodell mit concurrent Learning nach 3 Sekunden nur noch schwer unterscheidbar.

Das verbesserte Systemverhalten liegt im Verlauf der adaptiven Parameter in BILD 3 begründet. Nach einer Sekunde hat der History Stack bereits vollen Rang und die adaptiven Parameter beginnen zu ihren optimalen Werten zu konvergieren. Nach fünf Sekunden sind die Parameter von ihren optimalen Werten nahezu ununterscheidbar und die Dynamik des geregelten Systems entspricht der Referenzdynamik. Bei der Benutzung des klassischen Lerngesetzes aus Gleichung (14) konvergieren die adaptiven Parameter hingegen nicht in der gegebenen Zeit gegen ihre optimalen Werte.

BILD 4 zeigt abschließend den Verlauf der Lyapunov Funktion. Sobald der History Stack vollen Rang hat, ist die Lyapunov Funktion monoton fallend.

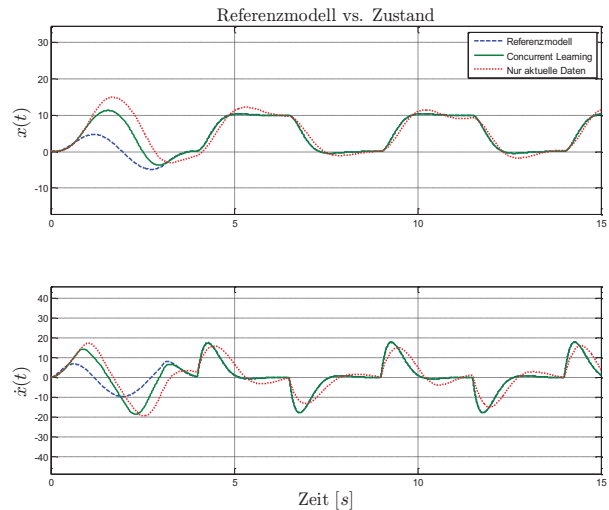


BILD 2. Referenzmodell- und Systemzustände in der numerischen Simulation

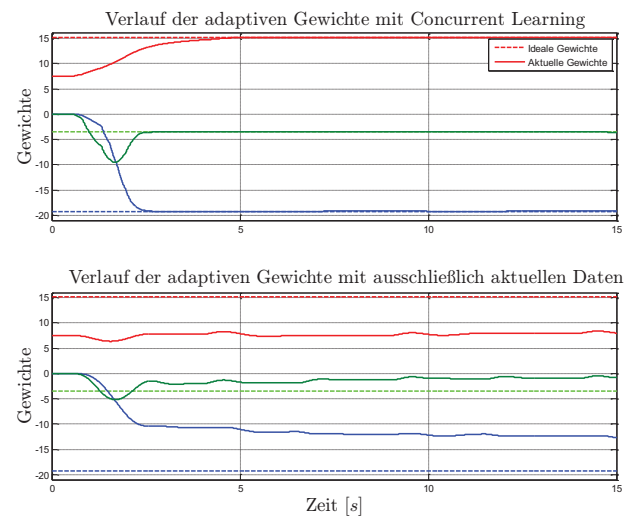


BILD 3. Verlauf der adaptiven Gewichte in der numerischen Simulation

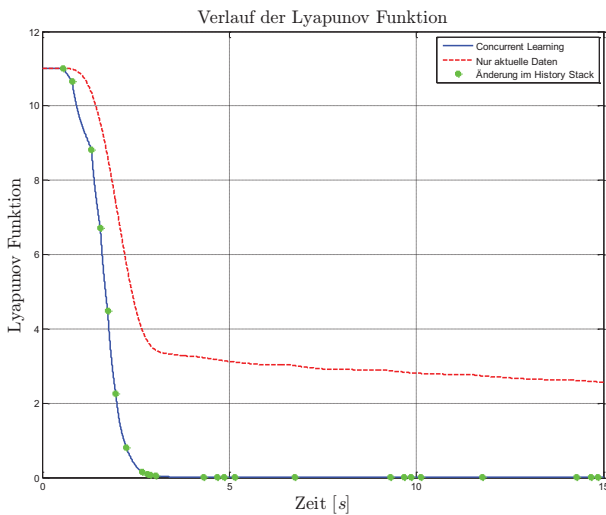


BILD 4. Verlauf der Lyapunov Funktion in der numerischen Simulation

5. EXPERIMENTELLE UMSETZUNG AM QUANSER 3 DOF HELIKOPTER

In diesem Kapitel soll concurrent Learning auf ein reales System angewendet werden. BILD 5 zeigt den Helikopter der Firma Quanser mit drei rotatorischen Freiheitsgraden. Das System besteht aus einem Arm, welcher an einer Halterung angebracht ist. Der Arm ist so gelagert, dass sowohl eine Nickbewegung als auch Gieren möglich ist. Am einen Ende besitzt der Arm zwei durch eine Querstange verbundene Rotoren, am Anderen ist ein Gegengewicht angebracht. Das Propellersystem kann um die Längsachse des Arms rollen. Das hier vorgestellte Experiment betrachtet nur die Bewegung in der Nickachse des Gesamtsystems.

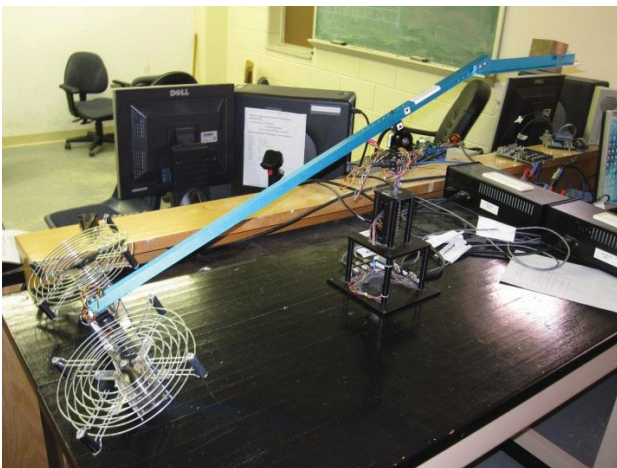


BILD 5. Quanser 3 DOF Helikopter

Sowohl der Nickwinkel $\theta(t)$ als auch die Nickrate $\dot{\theta}(t)$ stehen als Messung zur Verfügung und bilden den Zustandsvektor. Für concurrent Learning wird zusätzlich zu bestimmten Zeitpunkten die Zeitableitung des Zustandsvektors benötigt. Da diese nicht messbar ist, wird ein Optimal fixed-point Smoother für deren Schätzung eingesetzt. Informationen wie diese Art von Filter implementiert wird, können unter anderem [14] entnommen werden. Das Ziel des Regelentwurfs ist, dass der geschlossene Regelkreis die Eigenschaften des

folgenden Referenzmodells mit einer Eigenfrequenz von $2,8 \text{ rad/s}$ und einer Dämpfung von $0,7$ übernimmt:

$$(33) \dot{x}_{rm}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix} x_{rm}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix} r(t)$$

Während die dazu benötigten optimalen Gewichte K_x^* und K_r^* in der Simulation bekannt waren, ist dies für den hier vorgestellten Anwendungsfall nicht mehr gegeben. Um die Leistung des adaptiven Reglers zu überprüfen, werden im Folgenden zunächst die optimalen adaptiven Parameter anhand eines Modells geschätzt. Als Grundlage für die Berechnung dient das Modell des Quanser 3 DOF Helikopters in BILD 6.

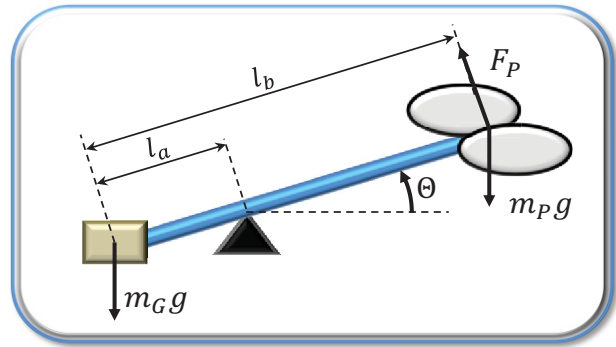


BILD 6. Modell des Quanser 3 DOF Helikopters

Mit Hilfe des Drallsatzes ergibt sich unter Vernachlässigung des Eigengewichts des Arms folgende Lagedifferentialgleichung für die Nickachse:

$$(34) I_\theta \ddot{\theta} = l_a m_G g \cos \theta + (l_b - l_a) (F_P \cos \phi - m_P g \cos \theta)$$

Hier symbolisiert I_θ das Massenträgheitsmoment des Systems um die Nickachse, m_G die Masse des Gegengewichts, m_P die Masse des Propellersystems, g die Erdbeschleunigung, F_P den von den Propellern erzeugten Schub, ϕ den aktuellen Rollwinkel des Propellersystems, l_a den Abstand des Gegengewichts vom Pivotpunkt und l_b den Abstand zwischen Gegengewicht und Propellersystem. Die von den Propellern erzeugten Kräfte sind über einen Faktor K_f näherungsweise proportional zur angelegten Spannung:

$$(35) F_P = K_f (V_l + V_r)$$

Für die Bewegung in der Nickachse werden die Spannungen V_l am linken und V_r am rechten Propeller gleichförmig geändert, so dass für die angelegte Spannung V_C gilt:

$$(36) V_C = V_l + V_r$$

Um für die Durchführung des Experiments ein lineares System zu erhalten, wird die Bewegungsgleichung für die Nickachse in Gleichung (34) um den horizontalen Schwebezustand linearisiert:

$$(37) I_\theta \ddot{\theta} = (l_b - l_a) K_f \Delta V_C$$

Die tatsächlich an die Propeller angelegte Spannung V_C setzt sich aus der Trimmspannung $V_{C,trim}$, die für das Halten des horizontalen Schwebezustandes benötigt wird, und einem Spannungskrement ΔV_C , das eine Nickbewegung bewirkt, zusammen:

$$(38) V_C = \Delta V_C + V_{C,trim}$$

Das lineare Zustandsraummodell für die Nickbewegung des Quanser 3 DOF Helikopters linearisiert um den horizontalen Schwebzustand ergibt sich schließlich zu

$$(39) \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ M_\delta \end{bmatrix} \Delta V_C(t).$$

Hierbei symbolisiert $M_\delta = I_\Theta^{-1}(l_b - l_a)K_f$ die Steuereffektivität und wurde für gegebene Systemparameter zu $M_\delta = 0,5$ bestimmt. Die geschätzten optimalen Gewichte ergeben sich schließlich zu $K_x^* = [-16 \ -8]^T$ und $K_r^* = 16$. Diese Schätzungen werden im Folgenden nur zu Vergleichszwecken herangezogen; dem adaptiven Regler stehen diese nicht zur Verfügung.

Das Experiment läuft für 90 Sekunden mit 400 Hz. Die Führungsgröße besteht in den ersten 47 Sekunden aus einer Sinusfunktion mit einer Frequenz von $0,3 \text{ rad/s}$ und einer Amplitude von 5° . Nach 54 und 74 Sekunden wird jeweils ein 10 sekündiges Sprungsignal mit einer Höhe von 5° kommandiert. Als Steuergröße kommt Gleichung (3) zum Einsatz. Als Lerngesetz wird Gleichung (17) verwendet. Die adaptiven Parameter in der Rückführung $K_x(t_0)$ werden mit dem Wert 0 initialisiert, der adaptive Parameter im Vorwärtszweig $K_r(t_0)$ mit 5. Die Lernraten sind während des Experiments konstant und betragen $\Gamma_x = 6$ und $\Gamma_r = 10$. Zu Beginn des Experiments ist der History Stack leer. Da Störungen auf das reale System wirken, garantiert das Lerngesetz in Gleichung (14) nicht mehr, dass die adaptiven Parameter beschränkt sind. Solange der History Stack keinen vollen Rang hat, wird deshalb loannous σ -Modifikation ([2]) mit dem Koeffizienten $\kappa = 0,1$ benutzt, um die adaptiven Parameter zu begrenzen. Sobald der History Stack vollen Rang hat, wird die σ -Modifikation entfernt und nur das concurrent Learning Lerngesetz aus Gleichung (17) verwendet.

BILD 7 zeigt das Ergebnis des Experiments. Sobald nach 13 Sekunden ausreichend Punkte im History Stack gespeichert sind, verbessert sich das Systemverhalten deutlich. Allerdings hängt die Systemantwort dem Referenzmodell nach. Dies ist auf Zeitverzögerungen bei der Signalübertragung durch Hardware und die unmodellerte Aktuatordynamik zurückzuführen.

BILD 8 zeigt den Verlauf der adaptiven Parameter. Sobald der History Stack nach 13 Sekunden vollen Rang aufweist konvergieren die Gewichte rapide in einen Bereich um die geschätzten optimalen Parameter. Die Differenz zwischen geschätzten optimalen Gewichten und tatsächlich erreichten Parametern beträgt für den Verstärkungsfaktor im Vorwärtszweig K_r weniger als 5%. Für die Verstärkungsfaktoren des Rückführzweigs beträgt die Abweichung zwischen 5% und 10%. Mehrere Faktoren sind für diese Differenz verantwortlich. Zum Einen sind die tatsächlichen optimalen Parameter unbekannt. Es erfolgt stattdessen eine Schätzung, welche inhärent fehlerbehaftet ist. Zum Anderen können die für concurrent Learning gespeicherten Daten fehlerhaft sein. Dies ist unter anderem auf Mess- und Prozessrauschen, Störungen und unmodellerte Aktuatordynamik zurückzuführen.

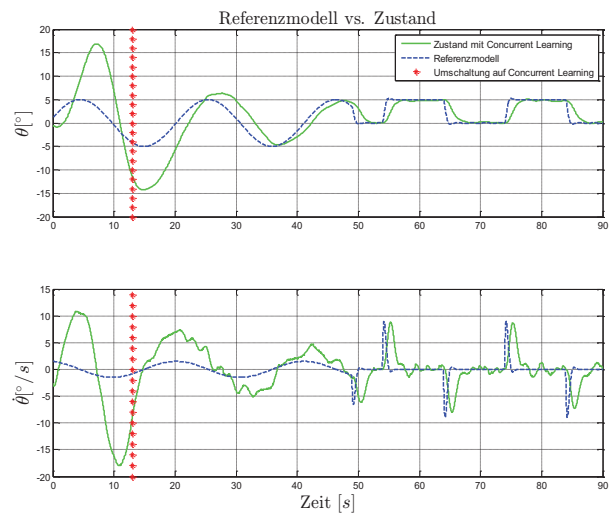


BILD 7. Referenzmodell- und Systemzustände für den Quanser 3 DOF Helikopter

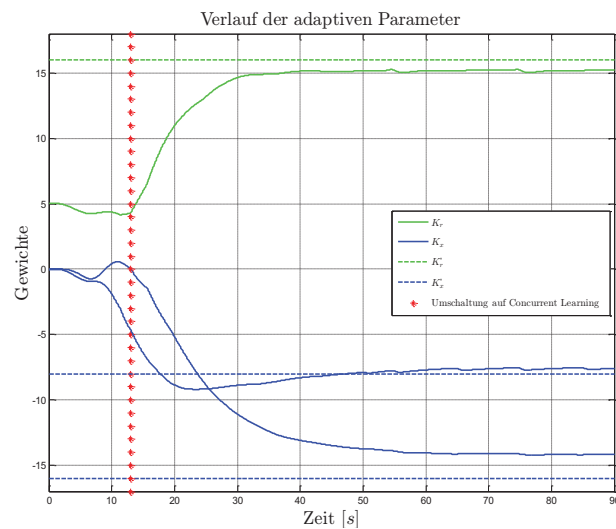


BILD 8. Verlauf der adaptiven Parameter für den Quanser 3 DOF Helikopter

6. SCHLUSS

Es wurde gezeigt wie gespeicherte Daten dazu benutzt werden können die adaptiven Gewichte anzupassen. Abhängig von einer Bedingung der linearen Unabhängigkeit der gespeicherten Daten kann damit exponentielle Stabilität des geschlossenen Regelkreises erreicht werden. Es zeigt sich auch, dass die Parameter trotz Fehlern im History Stack in einen Bereich um ihre optimalen Werte konvergieren. Die Steigerung der Effektivität durch die vorgestellte Methode wurde in einer numerischen Simulation und einem Experiment mit dem Quanser 3-DOF Helikopter demonstriert.

QUELLENVERZEICHNIS

- [1] Narendra, K. S., Annaswamy, A. M., Stable adaptive systems, Mineola, N.Y: Dover Publications 2005
- [2] Ioannou, P. A., Sun, J., Robust adaptive control, Upper Saddle River, NJ: PTR Prentice-Hall 1996
- [3] Åström, K. J., Wittenmark, B., Adaptive control, 2. Auflage, Reading, Mass: Addison-Wesley 1995
- [4] Tao, G., Adaptive control design and analysis, Hoboken, N.J: Wiley-Interscience 2003
- [5] Lavretsky, E., Combined/Composite Model Reference Adaptive Control, in: *IEEE Trans. Automat. Contr.* 2009; 54(11), S. 2692–2697
- [6] Cao, C.; Hovakimyan, N. Design and Analysis of a Novel L1 Adaptive Control Architecture With Guaranteed Transient Performance. In: *IEEE Trans. Automat. Contr.* 2008; 53(2), S. 586–591
- [7] Boyd, S.; Sastry, S. Necessary and sufficient conditions for parameter convergence in adaptive control. In: *Automatica* 1986; 22(6), S. 629–639
- [8] Chowdhary, G., Concurrent learning for convergence in adaptive control without persistency of excitation. Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia
- [9] Chowdhary, G.; Yucelen, T.; Mühlegg, M.; Johnson, E. N. Concurrent learning adaptive control of linear systems with exponentially convergent bounds. In: *Int. J. Adapt. Control Signal Process.* 2012
- [10] Haddad, W. M.; Chellaboina, V. Nonlinear dynamical systems and control. A Lyapunov-based approach, Princeton: Princeton University Press 2008
- [11] Khalil, H. K. Nonlinear systems. 3. Aufl., Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall 2002
- [12] Chowdhary, G.; Johnson, E., A singular value maximizing data recording algorithm for concurrent learning. In: American Control Conference (ACC), 2011, title=A singular value maximizing data recording algorithm for concurrent learning, S. 3547–3552
- [13] Gelb, A., Applied optimal estimation, Cambridge, Mass.: M.I.T. Press 1974
- [14] Chowdhary, G. V.; Johnson, E. N. Theory and Flight-Test Validation of a Concurrent-Learning Adaptive Controller. In: *J. Guidance* 2011; 34(2), S. 592–607